

Compito n.1 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos^2 x - e^{x^2} + 1}{x^2 \sin^2 x}$

- [A]** $+\infty$ **[B]** $\frac{1}{2}$ **[C]** $-\frac{3}{2}$ **[D]** 0 **[E]** $-\frac{1}{2}$ **[F]** $-\frac{1}{4}$

Quesito n. 2 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{2x-1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- [A]** $-\frac{3}{2x^2-2x+5}$ **[B]** $-\frac{1}{5x^2+6x+2}$ **[C]** $\frac{3}{2x^2-2x+5}$ **[D]** $\frac{1}{5x^2+6x+2}$ **[E]** $-\frac{3}{5x^2-2x+2}$ **[F]** $\frac{3}{5x^2-2x+2}$

Quesito n. 3 Sia $f(x) = \ln^2(1+x) - x^2 + \alpha x^3 + \beta x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- [A]** $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$ **[B]** $\alpha = 1, \beta = -2$ **[C]** $\alpha = 1, \beta = -\frac{11}{12}$ **[D]** $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -1$ **[E]** $\alpha = \frac{7}{8}, \beta = 1$ **[F]** $\alpha = -\frac{11}{12}, \beta = 1$

Quesito n. 4 **(1)** sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in [a, b]$ è un punto di minimo. Allora esiste un intorno di x_o tale che $f'(x_o)(x - x_o) \geq 0$ per ogni x appartenente all'intorno **(2)** sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di massimo. Allora $\exists \delta > 0 : x \in (x_o - \delta, x_o + \delta) \Rightarrow f'(x_o)(x - x_o) < 0$ **(3)** sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di minimo e $f'(x_o) = 0$. Allora $f''(x_o) > 0$ (si assume che in x_o la funzione ha un minimo se esiste un intorno $(x_o - \delta, x_o + \delta)$ tale che $f(x) \geq f(x_o)$ per $x \in (x_o - \delta, x_o + \delta)$ e viceversa per il massimo) (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- [A]** **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è vera **[B]** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è falsa **[C]** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa **[D]** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è vera **[E]** **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è falsa **[F]** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è vera

Quesito n. 5 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \ln(1+x)}{\sin^2 x + (1 - \cos x)}$ è uguale a:

- [A]** 1 **[B]** $+\infty$ **[C]** $-\frac{1}{3}$ **[D]** non esiste **[E]** 0 **[F]** $\frac{1}{2}$

Quesito n. 6 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: **(1)** se f è continua è allora esiste $x_0 \in [a, b]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ **(2)** se f è invertibile è monotona **(3)** se f è derivabile è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A]** **(1)** è falsa, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa **[B]** **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è vera **[C]** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è falsa **[D]** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è vera **[E]** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è vera **[F]** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa

Quesito n. 7 La funzione $f(x) = \begin{cases} -x^2 e^{-x^2} & x \leq 0 \\ \left| \frac{1}{x} + 8x - 6 \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

- [A]** non più di tre punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo **[B]** non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo **[C]** non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed uno obliquo **[D]** almeno cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo **[E]** esattamente tre punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo **[F]** non più di cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo

Quesito n. 8 La funzione $\sqrt{|\sin x(1 - \sin x)|}$ ha

- [A]** in 0 una cuspid e in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e **[B]** in 0 un punto angoloso e in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso **[C]** in 0 un punto angoloso e in $\frac{\pi}{2}$ un punto in cui è derivabile **[D]** in $\frac{\pi}{2}$ un punto in cui la funzione è derivabile **[E]** in 0 una cuspid e in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso **[F]** in 0 un punto in cui la funzione è derivabile e in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e

Quesito n. 9 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ sia $g(x): [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ la f ristretta all'intervallo $[2, 3]$ ($g(x) = f|_{[2,3]}$). Si consideri: **(1)** se f è continua allora esiste (finito o infinito) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ **(2)** se f è continua ed invertibile allora $g(x)$ è monotona **(3)** se f è strettamente monotona è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A]** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è vera **[B]** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa **[C]** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è falsa **[D]** **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è vera **[E]** **(1)** è falsa, **(2)** è falsa e **(3)** è vera **[F]** **(1)** è falsa, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa

Quesito n. 10 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2) \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2)$. Sia $G = \{y = g(x) : x \in (1, 2)\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A]** G può essere illimitato **[B]** G ammette minimo **[C]** G ammette estremo superiore ma non inferiore **[D]** G ammette estremo superiore e inferiore **[E]** G ammette estremo inferiore ma non superiore **[F]** G ammette massimo

Quesito n. 11 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = 2^{(x^x)}$, $g(x) = x^{(2^x)}$ e $h(x) = (2^x)^x$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

- [A]** $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ **[B]** $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ **[C]** $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ **[D]** $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ **[E]** $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ **[F]** $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$

Quesito n. 12 Sia data la funzione $f(x) = \left(x^{x^2}\right)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{x^2 f(x)}$ è uguale a:

- [A]** $4 \ln x + 1$ **[B]** $2 \ln x + 1$ **[C]** $3 \ln x + 1$ **[D]** $2 \ln(2x) + 1$ **[E]** $2 \ln(3x) + 1$ **[F]** $3 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 13 Sia $f(x) = \ln(7 + 8 \sin x + 9 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

- [A]** $\frac{3}{5}$ **[B]** $\frac{3}{4}$ **[C]** $\frac{1}{3}$ **[D]** 1 **[E]** $\frac{3}{7}$ **[F]** $\frac{1}{2}$

Quesito n. 14 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x} - (\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

☐ **A** $a = -1$ ☐ **B** $a = -2$ ☐ **C** $a = 2$ ☐ **D** $a = 3$ ☐ **E** $a = 1$ ☐ **F** $a = 0$

Quesito n. 15 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile monotona strettamente crescente tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Può aversi $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$. (2) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile monotona strettamente crescente tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Può aversi $f'(x) = 0$ su di un insieme illimitato. (3) È data una funzione $h: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile per cui la derivata prima è una funzione strettamente crescente. Allora h ha la concavità rivolta verso l'alto

☐ **A** (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ **B** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ **C** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ **D** (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ **E** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ **F** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 16 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = e^{x^{3/2}/\ln^2 x}$, $f_2(x) = e^{x \ln(\ln x)}$, $f_3(x) = e^{\sqrt{x} \ln^4 x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

☐ **A** $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ **B** $f_3 < f_1 < f_2$ ☐ **C** $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ **D** $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ **E** $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ **F** $f_1 < f_2 < f_3$

Compito n.1 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.2 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Sia $f(x) = \ln(3 + 8 \sin x + 7 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

- ☐ A $\frac{4}{3}$ ☐ B 1 ☐ C $\frac{4}{7}$ ☐ D $\frac{4}{5}$ ☐ E $\frac{4}{9}$ ☐ F $\frac{3}{2}$

Quesito n. 2 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)(1-\sin x) - 2x}{\sin^2 x + \sin x^2}$ è uguale a:

- ☐ A $+\infty$ ☐ B -2 ☐ C $\frac{2}{3}$ ☐ D 1 ☐ E non esiste ☐ F 2

Quesito n. 3 Sia $f(x) = \arctan \frac{x-2}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- ☐ A $-\frac{1}{5x^2+6x+2}$ ☐ B $-\frac{3}{2x^2-2x+5}$ ☐ C $\frac{1}{5x^2+6x+2}$ ☐ D $\frac{3}{2x^2-2x+5}$ ☐ E $-\frac{3}{5x^2-2x+2}$ ☐ F $\frac{3}{5x^2-2x+2}$

Quesito n. 4 La funzione $\sqrt{\frac{|x^2(x-1)|}{|x+1|}}$ ha

☐ A in 1 la funzione è derivabile e in 0 una cuspidè ☐ B in 1 un punto angoloso e in 0 la funzione è derivabile ☐ C in 1 una cuspidè e in 0 una cuspidè ☐ D in 1 una cuspidè e in 0 la funzione è derivabile ☐ E in 1 un punto angoloso e in 0 un punto angoloso ☐ F in 1 una cuspidè e in 0 un punto angoloso

Quesito n. 5 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua ed invertibile allora f^{-1} è continua (3) se f è continua e invertibile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ A (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ C (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ D (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ E (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ F (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 6 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = +\infty$. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (2) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x)$ non esiste. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (3) È data una funzione $h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $h'(x)$ è illimitata inferiormente. Allora si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty$

☐ A (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ B (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ C (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ D (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ E (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ F (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 7 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+2} - 2(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- ☐ A $a = 3$ ☐ B $a = 1$ ☐ C $a = 0$ ☐ D $a = -2$ ☐ E $a = 2$ ☐ F $a = -1$

Quesito n. 8 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \sqrt{e^{x^2} + x^x}$, $g(x) = (2x)^x$ e $h(x) = x^{2x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

☐ A $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ B $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ ☐ C $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ D $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ ☐ E $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ ☐ F $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$

Quesito n. 9 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste $x_0 \in [a, b]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ (2) se f è invertibile è monotona (3) se f è derivabile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ A (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ B (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ C (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ D (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ F (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 10 Sia $f(x) = \cos x - e^{-\frac{x^2}{2}} + \alpha x^4 + \beta - \cos x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- ☐ A $\alpha = \frac{1}{4}, \beta = 1$ ☐ B $\alpha = \frac{1}{24}, \beta = \frac{1}{4}$ ☐ C $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = \frac{1}{4}$ ☐ D $\alpha = -1, \beta = \frac{1}{4}$ ☐ E $\alpha = \frac{3}{4}, \beta = 1$ ☐ F $\alpha = \frac{1}{12}, \beta = 1$

Quesito n. 11 La funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 e^{-x^2} & x \leq 0 \\ \left| \frac{5}{x} + x - 6 \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

☐ A esattamente quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ B almeno sei punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo ☐ C non più di cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ D non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo ☐ E non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo ☐ F non più di tre punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed un asintoto obliquo

Quesito n. 12 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2} \sin x - x}{\tan x - \sin x}$

- ☐ A $\frac{5}{3}$ ☐ B 0 ☐ C $-\infty$ ☐ D $\frac{2}{3}e$ ☐ E $\frac{-1}{2}$ ☐ F $\frac{1}{4}$

Quesito n. 13 (1) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in [a, b]$ è un punto di massimo. Allora esiste un intorno di x_o tale che $f'(x_o)(x - x_o) \leq 0$ per ogni x appartenente all'intorno (2) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di massimo. Allora $\exists \delta > 0: x \in (x_o - \delta, x_o + \delta) \Rightarrow f'(x_o)(x - x_o) < 0$ (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Allora $f(x) - f(0) - f'(0)x = o(x)$ per $x \rightarrow 0^+$ (si assume che in x_o la funzione ha un minimo se esiste un intorno $(x_o - \delta, x_o + \delta)$ tale che $f(x) \geq f(x_o)$ per $x \in (x_o - \delta, x_o + \delta)$ e viceversa per il massimo) (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

☐ A (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ B (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ C (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ D (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ F (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 14 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = x^x$, $f_2(x) = e^{x\sqrt{\ln x}}$, $f_3(x) = x^{\sqrt{x}+2x}$ (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

☐ $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ $f_1 < f_2 < f_3$ ☐ $f_3 < f_1 < f_2$ ☐ $f_2 < f_1 < f_3$

Quesito n. 15 Sia data la funzione $f(x) = \left(x^{x^3}\right)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{x^3 f(x)}$ è uguale a:

☐ $3 \ln x + 1$ ☐ $3 \ln(2x) + 1$ ☐ $4 \ln x + 1$ ☐ $2 \ln x + 1$ ☐ $2 \ln(3x) + 1$ ☐ $2 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 16 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in (1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ G ammette massimo ma non minimo ☐ G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ G ammette massimo e minimo
☐ G ammette minimo ☐ G può essere illimitato ☐ G non ammette estremo superiore nè inferiore

Compito n.2 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.3 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 (1) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(1/2) = 0$. Allora $\frac{f(x)-f(\frac{1}{2})}{\sqrt{x-\frac{1}{2}}} = o(1)$ per $x \rightarrow \frac{1}{2}^+$ (2) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x = 0$ è un minimo. Allora $f'(0^+) = 0$ (la derivata destra in $x = 0$ vale zero). (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

[A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [B] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [D] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 2 Sia $f(x) = \arctan \frac{2x+1}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

[A] $\frac{3}{5x^2-2x+2}$ [B] $\frac{1}{5x^2+6x+2}$ [C] $-\frac{3}{2x^2-2x+5}$ [D] $-\frac{1}{5x^2+6x+2}$ [E] $\frac{3}{2x^2-2x+5}$ [F] $-\frac{3}{5x^2-2x+2}$

Quesito n. 3 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} \cos x - e^{x^2} + \frac{5}{2}x^2}{x \sin^3 x}$

[A] $\frac{2}{3}$ [B] $-\frac{1}{2}$ [C] $\frac{13}{24}$ [D] $\frac{1}{2}$ [E] $\frac{7}{5}$ [F] $\frac{2}{7}$

Quesito n. 4 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \ln(1+x^x)$, $g(x) = \ln(1+x^2)$ e $h(x) = \sqrt{\ln(1+e^{x^3})}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

[A] $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ [B] $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ [C] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ [D] $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ [E] $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ [F] $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$

Quesito n. 5 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] G non ammette estremo superiore nè inferiore [B] G ammette massimo [C] G non ammette minimo [D] G ammette minimo ma non massimo [E] G può essere illimitato [F] G ammette estremo inferiore ma non superiore

Quesito n. 6 Sia $f(x) = \ln(3 + 5 \sin x + 4 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

[A] 1 [B] $\frac{5}{9}$ [C] $\frac{5}{7}$ [D] $\frac{5}{6}$ [E] $\frac{5}{4}$ [F] $\frac{5}{3}$

Quesito n. 7 Sia data la funzione $f(x) = ((2x)^x)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{xf(x)}$ è uguale a:

[A] $3 \ln x + 1$ [B] $2 \ln x + 1$ [C] $2 \ln(2x) + 1$ [D] $2 \ln(3x) + 1$ [E] $4 \ln x + 1$ [F] $3 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 8 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x} + (\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

[A] $a = -1$ [B] $a = 1$ [C] $a = 2$ [D] $a = 3$ [E] $a = -2$ [F] $a = 0$

Quesito n. 9 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = xe^{-1/x}$, $f_2(x) = e^{-1/x^2}$, $f_3(x) = x^{1/x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

[A] $f_2 < f_1 < f_3$ [B] $f_3 < f_2 < f_1$ [C] $f_2 < f_3 < f_1$ [D] $f_1 < f_3 < f_2$ [E] $f_3 < f_1 < f_2$ [F] $f_1 < f_2 < f_3$

Quesito n. 10 La funzione $\sqrt{|\cos x(1 - \cos x)|}$ ha

[A] $-\frac{\pi}{2}$ una cuspid e 0 un punto angoloso [B] $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso in 0 e la funzione è derivabile [C] in $-\frac{\pi}{2}$ la funzione è derivabile e 0 è un punto di cuspid e [D] $-\frac{\pi}{2}$ un punto di cuspid e 0 un punto di cuspid e [E] in $-\frac{\pi}{2}$ la funzione è derivabile e 0 è un punto angoloso [F] $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso e 0 un punto angoloso

Quesito n. 11 Sia $f(x) = \ln(1+x) - \sin x + \alpha x^2 + \beta x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

[A] $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -1$ [B] $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 1$ [C] $\alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}$ [D] $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -\frac{1}{2}$ [E] $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$ [F] $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}$

Quesito n. 12 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$, derivabile con derivata continua nel suo dominio, che vale zero per $1 \leq x \leq 2$. Allora $f(x)$ è costante su $[0, 3]$. (2) Data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile due volte, se la funzione è strettamente convessa in $\mathbf{R}$ allora $g''(x) \geq 0$ per ogni x . (3) È data una funzione $h: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow b^-} h'(x) = +\infty$. Allora $\lim_{x \rightarrow b^-} h(x) = +\infty$.

[A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 13 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua è monotona (3) se f è derivabile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [D] nessuna delle altre risposte è esatta [E] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 14 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste x_0 appartenente al dominio della funzione per cui $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(3) + f(0))$ (2) se $f'(x) \geq 0$ allora la funzione è crescente (3) se f è invertibile e continua è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa [C] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 15 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \ln(1+x) - x e^{\frac{1}{2}x}}{3x^4 + (1 - \cos x)}$ è uguale a:

☐ A 1 ☐ B -1 ☐ C $+\infty$ ☐ D non esiste ☐ E -2 ☐ F 0

Quesito n. 16 La funzione $f(x) = \begin{cases} |\cos x| & -\pi \leq x \leq 0 \\ |-x^2 + x^3| & 0 < x \leq 2 \end{cases}$ ha

☐ A esattamente due punti di estremo ☐ B esattamente cinque punti di estremo ☐ C esattamente un punto di estremo ☐ D esattamente sei punti di estremo ☐ E esattamente tre punti di estremo ☐ F esattamente quattro punti di estremo

Compito n.3 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.4 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Sia $f(x) = \ln(2 + 14\sin x + 4\cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

- ☐ A $\frac{7}{5}$ ☐ B $\frac{7}{9}$ ☐ C 1 ☐ D $\frac{7}{3}$ ☐ E $\frac{7}{6}$ ☐ F $\frac{7}{4}$

Quesito n. 2 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente decrescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x) : x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A G ammette estremo superiore ma non inferiore ☐ B G non ammette massimo ☐ C G può essere illimitato ☐ D G non ammette minimo ☐ E G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ F G è limitato

Quesito n. 3 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{x-2}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- ☐ A $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ B $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ C $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ D $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ E $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ F $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$

Quesito n. 4 Sia $f(x) = \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + \cos x + \beta + \alpha x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- ☐ A $\alpha = -\frac{7}{24}, \beta = -1$ ☐ B $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = 1$ ☐ C $\alpha = -\frac{1}{4}, \beta = -1$ ☐ D $\alpha = -\frac{1}{3}, \beta = 1$ ☐ E $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = 1$ ☐ F $\alpha = \frac{5}{24}, \beta = -1$

Quesito n. 5 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è monotona è limitata (2) se f è monotona è invertibile (3) se f è derivabile e invertibile allora $f' \neq 0$ per ogni x . Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ C (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ D (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ F (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 6 (1) Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile in (a, b) sia $f'(x_0) = 0, x_0 \in (a, b)$. Allora x_0 è un punto di massimo oppure di minimo oppure di flesso a tangente orizzontale (2) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Allora $f(x)$ è crescente sul suo dominio (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Allora $\frac{f(x)-f(0)}{x^{1/2}} = o(1)$ per $x \rightarrow 0^+$ (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- ☐ A (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ B (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ C (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ D (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ F (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 7 La funzione $\sqrt{|\cos x(1 + \cos x)|}$ ha

- ☐ A in π un punto in cui la funzione è derivabile ☐ B in π una cuspidale ☐ C in $\frac{\pi}{2}$ una cuspidale e in π una cuspidale ☐ D in $\frac{\pi}{2}$ una cuspidale e in π un punto angoloso ☐ E in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso ☐ F in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso e in π un punto angoloso

Quesito n. 8 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin^2 x - x \sin x}{(1 - \cos x)^2}$

- ☐ A $+\infty$ ☐ B -1 ☐ C $-\frac{3}{2}$ ☐ D 0 ☐ E $-\frac{1}{3}$ ☐ F $-\frac{2}{3}$

Quesito n. 9 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty$. Allora $\lim_{x \rightarrow b^-} f'(x) = +\infty$. (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora non è detto che sia definitivamente positiva oppure negativa (3) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $|f'(x)|$ è illimitata. Allora $f(x)$ è illimitata.

- ☐ A (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ B (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ C (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ D (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 10 Sia data la funzione $f(x) = ((3x)^x)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{xf(x)}$ è uguale a:

- ☐ A $3 \ln x + 1$ ☐ B $2 \ln(3x) + 1$ ☐ C $4 \ln x + 1$ ☐ D $2 \ln(2x) + 1$ ☐ E $2 \ln x + 1$ ☐ F $3 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 11 La funzione $f(x) = \begin{cases} |x^2 - x| & 0 \leq x \leq 2 \\ -xe^x & x < 0 \end{cases}$ ha

- ☐ A non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale e un asintoto obliquo ☐ B non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo ☐ C non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo ☐ D esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ E esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo ☐ F esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, un asintoto obliquo

Quesito n. 12 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ sia $g(x): [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ la f ristretta all'intervallo $[0, 1]$ ($g(x) = f|_{[0,1]}$). Si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua ed invertibile allora $g(x)$ è monotona (3) se f è invertibile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ C (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ D (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ E (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 13 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x} - (\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- ☐ A $a = 2$ ☐ B $a = 1$ ☐ C $a = -1$ ☐ D $a = 3$ ☐ E $a = 0$ ☐ F $a = -2$

Quesito n. 14 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)(1-\sin 2x)-2x}{x^2+\sin x^2}$ è uguale a:

☐ A 0 ☐ B -3 ☐ C 2 ☐ D non esiste ☐ E $+\infty$ ☐ F 4

Quesito n. 15 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = \frac{e^{\sin x^3} - 1}{\cos x - 1}$, $f_2(x) = (1+x)^{\frac{-1}{x^2}}$, $f_3(x) = \frac{1}{\ln x}(1+x^2)^{\frac{1}{2}}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

☐ A $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ B $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ C $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ D $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ E $f_1 < f_2 < f_3$ ☐ F $f_3 < f_1 < f_2$

Quesito n. 16 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = 2^{(x^x)}$, $g(x) = x^{(2^x)}$ e $h(x) = (2^x)^x$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

☐ A $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ ☐ B $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ ☐ C $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ D $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ E $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ ☐ F $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$

Compito n.4 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.5 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \ln(\ln x)$, $g(x) = \ln^2 x$ e $h(x) = \sqrt{\ln x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

- [A] $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ [B] $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ [C] $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ [D] $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ [E] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ [F] $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$

Quesito n. 2 La funzione $\sqrt{|\sin x(1 + \sin x)|}$ ha

- [A] in $-\pi$ un punto angoloso e in $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso [B] in $-\pi$ una cuspid e in $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso [C] in $-\frac{\pi}{2}$ un punto in cui la funzione è derivabile [D] in $-\pi$ una cuspid e in $-\frac{\pi}{2}$ una cuspid [E] in $-\pi$ un punto angoloso [F] in $-\frac{\pi}{2}$ una cuspid

Quesito n. 3 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x(e^{2x} - e^x - x)}$

- [A] $-\frac{2}{9}$ [B] $-\frac{1}{2}$ [C] $\frac{1}{2}$ [D] $\frac{2}{9}$ [E] $\frac{2}{5}$ [F] 0

Quesito n. 4 La funzione $f(x) = \begin{cases} |x^2 + x| & -2 \leq x \leq 0 \\ \left| \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

- [A] non più di sei punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale e un asintoto obliquo [B] esattamente quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale, un asintoto obliquo [C] non più di tre punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo [D] non più di sei punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo [E] esattamente cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo [F] non più di quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo

Quesito n. 5 Sia data la funzione $f(x) = (x^x)^{2x}$. Allora $\frac{f'(x)}{2xf(x)}$ è uguale a:

- [A] $3 \ln(2x) + 1$ [B] $2 \ln(2x) + 1$ [C] $2 \ln x + 1$ [D] $4 \ln x + 1$ [E] $2 \ln(3x) + 1$ [F] $3 \ln x + 1$

Quesito n. 6 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ monotona strettamente crescente e derivabile. Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$ (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} g'(x) = 0$. (3) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora se esiste $\lim_{x \rightarrow +\infty} g'(x)$ esso è 0.

- [A] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 7 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = x^x$, $f_2(x) = e^{x\sqrt{\ln x}}$, $f_3(x) = x^{\sqrt{x+2x}}$ (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

- [A] $f_3 < f_1 < f_2$ [B] $f_1 < f_2 < f_3$ [C] $f_1 < f_3 < f_2$ [D] $f_2 < f_3 < f_1$ [E] $f_3 < f_2 < f_1$ [F] $f_2 < f_1 < f_3$

Quesito n. 8 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \ln(1+x)}{\sin^2 x + (1 - \cos x)}$ è uguale a:

- [A] $+\infty$ [B] non esiste [C] $-\frac{1}{3}$ [D] $\frac{1}{2}$ [E] 0 [F] 1

Quesito n. 9 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{2x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- [A] $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [B] $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [C] $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [D] $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ [E] $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [F] $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$

Quesito n. 10 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+1} + 3(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- [A] $a = -1$ [B] $a = 0$ [C] $a = 2$ [D] $a = -2$ [E] $a = 3$ [F] $a = 1$

Quesito n. 11 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua ed invertibile allora f^{-1} è continua (3) se f è continua e invertibile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [B] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 12 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x) : x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A] G non ammette massimo [B] G può essere illimitato [C] G non ammette minimo [D] G ammette estremo inferiore ma non superiore [E] G ammette estremo superiore ma non inferiore [F] G è limitato

Quesito n. 13 (1) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in [a, b]$ è un punto di massimo. Allora esiste un intorno di x_o tale che $f'(x_o)(x - x_o) \leq 0$ per ogni x appartenente all'intorno (2) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di massimo. Allora $\exists \delta > 0 : x \in (x_o - \delta, x_o + \delta) \Rightarrow f'(x_o)(x - x_o) < 0$ (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Allora $f(x) - f(0) - f'(0)x = o(x)$ per $x \rightarrow 0^+$ (si assume che in x_o la funzione ha un minimo se esiste un intorno $(x_o - \delta, x_o + \delta)$ tale che $f(x) \geq f(x_o)$ per $x \in (x_o - \delta, x_o + \delta)$ e viceversa per il massimo) (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- [A] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [E] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [F] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 14 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: **(1)** se f è continua è limitata **(2)** se f è continua è monotona **(3)** se f è monotona è continua. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ **A** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è falsa ☐ **B** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è vera ☐ **C** **(1)** è falsa, **(2)** è falsa e **(3)** è vera ☐ **D** **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è vera ☐ **E** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa ☐ **F** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è vera

Quesito n. 15 Sia $f(x) = \ln(7 + 9 \sin x + 5 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

☐ **A** $\frac{3}{5}$ ☐ **B** $\frac{3}{7}$ ☐ **C** $\frac{1}{3}$ ☐ **D** $\frac{1}{2}$ ☐ **E** 1 ☐ **F** $\frac{3}{4}$

Quesito n. 16 Sia $f(x) = \beta - \frac{1}{2}x \sin x - \cos x + \alpha x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

☐ **A** $\alpha = -1, \beta = 0$ ☐ **B** $\alpha = 2, \beta = 1$ ☐ **C** $\alpha = -\frac{1}{24}, \beta = 1$ ☐ **D** $\alpha = 1, \beta = -1$ ☐ **E** $\alpha = \frac{5}{24}, \beta = 1$ ☐ **F** $\alpha = \frac{5}{12}, \beta = 2$

Compito n.5 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.6 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = e^{\sqrt{x}}$, $f_2(x) = e^{\ln^2 x}$, $f_3(x) = x^{\sqrt{x}}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

- ☐ $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ $f_1 < f_2 < f_3$ ☐ $f_3 < f_1 < f_2$ ☐ $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ $f_3 < f_2 < f_1$

Quesito n. 2 (1) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in [a, b]$ è un punto di minimo. Allora esiste un intorno di x_o tale che $f'(x_o)(x - x_o) \geq 0$ per ogni x appartenente all'intorno (2) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di massimo. Allora $\exists \delta > 0 : x \in (x_o - \delta, x_o + \delta) \Rightarrow f'(x_o)(x - x_o) < 0$ (3) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di minimo e $f'(x_o) = 0$. Allora $f''(x_o) > 0$ (si assume che in x_o la funzione ha un minimo se esiste un intorno $(x_o - \delta, x_o + \delta)$ tale che $f(x) \geq f(x_o)$ per $x \in (x_o - \delta, x_o + \delta)$ e viceversa per il massimo) (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 3 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = +\infty$. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (2) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x)$ non esiste. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (3) È data una funzione $h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $h'(x)$ è illimitata inferiormente. Allora si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty$

- ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 4 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = x^x \ln x$, $g(x) = (\ln x)^{x^2}$ e $h(x) = 2^{e^x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

- ☐ $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ ☐ $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ ☐ $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ ☐ $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$

Quesito n. 5 Sia $f(x) = \arctan \frac{2x+1}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- ☐ $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$

Quesito n. 6 Sia $f(x) = \ln(1+x) - \sin x + \alpha x^2 + \beta x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- ☐ $\alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}$ ☐ $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 1$ ☐ $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -1$ ☐ $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}$ ☐ $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$ ☐ $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -\frac{1}{2}$

Quesito n. 7 Sia data la funzione $f(x) = (x^{x^2})^x$. Allora $\frac{f'(x)}{x^2 f(x)}$ è uguale a:

- ☐ $3 \ln(2x) + 1$ ☐ $4 \ln x + 1$ ☐ $2 \ln x + 1$ ☐ $2 \ln(2x) + 1$ ☐ $2 \ln(3x) + 1$ ☐ $3 \ln x + 1$

Quesito n. 8 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \ln(1+x) - x e^{\frac{1}{2}x}}{3x^4 + (1 - \cos x)}$ è uguale a:

- ☐ $+\infty$ ☐ non esiste ☐ -1 ☐ 1 ☐ -2 ☐ 0

Quesito n. 9 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste $x_0 \in [0, 1]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(0) + f(1))$ (2) se f è continua allora esiste x_0 nel dominio tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(0) + f(3))$ (3) se f è strettamente monotona è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 10 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x} + (\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- ☐ $a = 3$ ☐ $a = -2$ ☐ $a = 2$ ☐ $a = 0$ ☐ $a = -1$ ☐ $a = 1$

Quesito n. 11 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste $x_0 \in [a, b]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ (2) se f è invertibile è monotona (3) se f è derivabile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 12 Sia $f(x) = \ln(3 + 8 \sin x + 7 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

- ☐ $\frac{4}{5}$ ☐ $\frac{3}{2}$ ☐ 1 ☐ $\frac{4}{9}$ ☐ $\frac{4}{3}$ ☐ $\frac{4}{7}$

Quesito n. 13 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x) : x \in (1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ G ammette massimo ma non minimo ☐ G può essere illimitato ☐ G ammette minimo ☐ G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ G ammette massimo e minimo ☐ G non ammette estremo superiore nè inferiore

Quesito n. 14 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2} \sin x - x}{\tan x - \sin x}$

- ☐ $-\infty$ ☐ $\frac{2}{3}e$ ☐ 0 ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{5}{3}$

Quesito n. 15 La funzione $f(x) = \begin{cases} -x^2 e^{-x^2} & x \leq 0 \\ \left| \frac{1}{x} + 8x - 6 \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

☐ **A** non più di cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo ☐ **B** non più di tre punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo ☐ **C** non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ **D** esattamente tre punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ **E** almeno cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ **F** non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo

Quesito n. 16 La funzione $\arctan(x|x-1|)^{1/3}$ ha

☐ **A** in 1 una cuspid e in 0 un flesso a tangente verticale ☐ **B** in 0 un punto in cui la funzione è derivabile ☐ **C** in 0 una cuspid e in 1 un flesso a tangente verticale ☐ **D** in 1 un flesso a tangente verticale e in 0 un punto angoloso ☐ **E** in 1 un punto angoloso e in 0 un punto angoloso ☐ **F** in 1 una cuspid e in 0 una cuspid

Compito n.6 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.7 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 La funzione $f(x) = \begin{cases} |x^2 - x| & 0 \leq x \leq 2 \\ -xe^x & x < 0 \end{cases}$ ha

[A] non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo [B] esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed uno obliquo [C] esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo [D] esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, un asintoto obliquo [E] non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo [F] non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale e un asintoto obliquo

Quesito n. 2 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos^2 x - e^{x^2} + 1}{x^2 \sin^2 x}$

[A] $-\frac{1}{2}$ [B] 0 [C] $-\frac{3}{2}$ [D] $+\infty$ [E] $-\frac{1}{4}$ [F] $\frac{1}{2}$

Quesito n. 3 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente decrescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in (1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] G può essere illimitato [B] G non ammette estremo superiore nè inferiore [C] G ammette minimo ma non massimo [D] G ammette estremo inferiore ma non superiore [E] G ammette massimo ma non minimo [F] G ammette massimo e minimo

Quesito n. 4 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \sqrt{e^{x^2} + x^x}$, $g(x) = (2x)^x$ e $h(x) = x^{2x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

[A] $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ [B] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ [C] $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ [D] $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ [E] $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ [F] $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$

Quesito n. 5 Sia $f(x) = \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + \cos x + \beta + \alpha x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

[A] $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = 1$ [B] $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = 1$ [C] $\alpha = -\frac{1}{4}, \beta = -1$ [D] $\alpha = \frac{5}{24}, \beta = -1$ [E] $\alpha = -\frac{7}{24}, \beta = -1$ [F] $\alpha = -\frac{1}{3}, \beta = 1$

Quesito n. 6 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste x_0 appartenente al dominio della funzione per cui $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(3) + f(0))$ (2) se $f'(x) \geq 0$ allora la funzione è crescente (3) se f è invertibile e continua è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [D] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa [E] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 7 (1) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che in $x_0 \in [0, 1]$ la funzione ha un minimo. Allora $f'(x_0) = 0$ (2) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione tale che in $x_0 \in [0, 1]$ ha un minimo. Allora f è derivabile in x_0 . (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

[A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 8 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A–G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ che in $x = x_0$ ha un massimo. Allora la funzione è derivabile in $x = x_0$ e la derivata vale zero. (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile che in x_0 ha un flesso con derivata prima nulla. Allora $g''(x_0)$ esiste e vale zero (3) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ convessa. Allora f' esiste ed è crescente

[A] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 9 Sia data la funzione $f(x) = ((3x)^x)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{xf(x)}$ è uguale a:

[A] $3 \ln(2x) + 1$ [B] $4 \ln x + 1$ [C] $3 \ln x + 1$ [D] $2 \ln(3x) + 1$ [E] $2 \ln x + 1$ [F] $2 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 10 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{2x-1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

[A] $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [B] $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [C] $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ [D] $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [E] $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [F] $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$

Quesito n. 11 La funzione $\sqrt{\frac{|x^2(x-1)|}{|x+1|}}$ ha

[A] in 1 un punto angoloso e in 0 la funzione è derivabile [B] in 1 la funzione è derivabile e in 0 una cuspid e [C] in 1 una cuspid e in 0 un punto angoloso [D] in 1 un punto angoloso e in 0 un punto angoloso [E] in 1 una cuspid e in 0 una cuspid e [F] in 1 una cuspid e in 0 la funzione è derivabile

Quesito n. 12 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x} - (\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

[A] $a = 0$ [B] $a = -2$ [C] $a = -1$ [D] $a = 2$ [E] $a = 1$ [F] $a = 3$

Quesito n. 13 Sia $f(x) = \ln(2 + 14 \sin x + 4 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

[A] $\frac{7}{3}$ [B] $\frac{7}{5}$ [C] 1 [D] $\frac{7}{9}$ [E] $\frac{7}{6}$ [F] $\frac{7}{4}$

Quesito n. 14 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = \frac{\sin x^2}{\tan(x^{\frac{3}{2}})}$, $f_2(x) = \frac{\ln(\cos x^2)}{-\sqrt{\cos x} + 1}$, $f_3(x) = \frac{\cos(\sin x) - 1}{\sin x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

☐ $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ $f_1 < f_2 < f_3$ ☐ $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ $f_3 < f_1 < f_2$ ☐ $f_2 < f_1 < f_3$

Quesito n. 15 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: **(1)** se f è continua è allora esiste $x_0 \in [a, b]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ **(2)** se f è invertibile è monotona **(3)** se f è derivabile è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è falsa ☐ **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è vera ☐ **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa ☐ **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è vera ☐ **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è vera ☐ **(1)** è falsa, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa

Quesito n. 16 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)(1-\sin x) - 2x}{\sin^2 x + \sin x^2}$ è uguale a:

☐ $+\infty$ ☐ 2 ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ non esiste ☐ 1 ☐ -2

Compito n.7 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.8 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = 2^{(x^x)}$, $g(x) = x^{(2^x)}$ e $h(x) = (2^x)^x$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

[A] $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ [B] $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ [C] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ [D] $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ [E] $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ [F] $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$

Quesito n. 2 La funzione $\sqrt{|\cos x(1 + \cos x)|}$ ha

[A] in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e in π una cuspid [B] in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e in π un punto angoloso [C] in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso [D] in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso e in π un punto angoloso [E] in π una cuspid [F] in π un punto in cui la funzione è derivabile

Quesito n. 3 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua è monotona (3) se f è derivabile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [E] nessuna delle altre risposte è esatta [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 4 Sia $f(x) = \arctan \frac{2x-1}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

[A] $-\frac{3}{5x^2-2x+2}$ [B] $-\frac{1}{5x^2+6x+2}$ [C] $\frac{1}{5x^2+6x+2}$ [D] $-\frac{3}{2x^2-2x+5}$ [E] $\frac{3}{5x^2-2x+2}$ [F] $\frac{3}{2x^2-2x+5}$

Quesito n. 5 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin^2 x - x \sin x}{(1 - \cos x)^2}$

[A] $-\frac{1}{3}$ [B] $+\infty$ [C] $-\frac{3}{2}$ [D] 0 [E] $-\frac{2}{3}$ [F] -1

Quesito n. 6 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty$. Allora $\lim_{x \rightarrow b^-} f'(x) = +\infty$. (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora non è detto che sia definitivamente positiva oppure negativa (3) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $|f'(x)|$ è illimitata. Allora $f(x)$ è illimitata.

[A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [E] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [F] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 7 Sia data la funzione $f(x) = (x^x)^{2x}$. Allora $\frac{f'(x)}{2xf(x)}$ è uguale a:

[A] $3 \ln(2x) + 1$ [B] $4 \ln x + 1$ [C] $2 \ln(3x) + 1$ [D] $2 \ln(2x) + 1$ [E] $3 \ln x + 1$ [F] $2 \ln x + 1$

Quesito n. 8 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+1} - 3(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

[A] $a = -2$ [B] $a = 0$ [C] $a = 3$ [D] $a = 2$ [E] $a = 1$ [F] $a = -1$

Quesito n. 9 Sia $f(x) = \ln(8 + 5 \sin x + \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

[A] $\frac{5}{7}$ [B] $\frac{5}{4}$ [C] $\frac{5}{3}$ [D] 1 [E] $\frac{5}{9}$ [F] $\frac{5}{6}$

Quesito n. 10 La funzione $f(x) = \begin{cases} |\cos x| & -\pi \leq x \leq 0 \\ |-x^2 + x^3| & 0 < x \leq 2 \end{cases}$ ha

[A] esattamente tre punti di estremo [B] esattamente cinque punti di estremo [C] esattamente due punti di estremo [D] esattamente un punto di estremo [E] esattamente sei punti di estremo [F] esattamente quattro punti di estremo

Quesito n. 11 Sia $f(x) = \ln^2(1+x) - x^2 + \alpha x^3 + \beta x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

[A] $\alpha = -\frac{11}{12}, \beta = 1$ [B] $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$ [C] $\alpha = \frac{7}{8}, \beta = 1$ [D] $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -1$ [E] $\alpha = 1, \beta = -\frac{11}{12}$ [F] $\alpha = 1, \beta = -2$

Quesito n. 12 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = x^x$, $f_2(x) = e^{x\sqrt{\ln x}}$, $f_3(x) = x^{\sqrt{x}+2x}$ (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

[A] $f_2 < f_1 < f_3$ [B] $f_2 < f_3 < f_1$ [C] $f_3 < f_1 < f_2$ [D] $f_1 < f_3 < f_2$ [E] $f_3 < f_2 < f_1$ [F] $f_1 < f_2 < f_3$

Quesito n. 13 (1) Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile in (a, b) , $x_o \in (a, b)$ è un punto di massimo oppure di minimo; allora $f'(x_o) = 0$. (2) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Allora $f(x)$ è crescente sul suo dominio (3) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

[A] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 14 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ sia $g(x): [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ la f ristretta all'intervallo $[0, 1]$ ($g(x) = f|_{[0,1]}$). Si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua ed invertibile allora $g(x)$ è monotona (3) se f è invertibile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [E] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 15 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \ln(1+x)}{\sin^2 x + (1 - \cos x)}$ è uguale a:

[A] $-\frac{1}{3}$ [B] non esiste [C] $+\infty$ [D] $\frac{1}{2}$ [E] 0 [F] 1

Quesito n. 16 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente decrescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ B G ammette estremo superiore ma non inferiore ☐ C G è limitato ☐ D G non ammette minimo ☐ E G non ammette massimo ☐ F G può essere illimitato

Compito n.8 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

--

Compito n.9 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua è monotona (3) se f è monotona è continua. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa [D] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [E] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [F] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 2 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = +\infty$. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (2) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x)$ non esiste. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (3) È data una funzione $h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $h'(x)$ è illimitata inferiormente. Allora si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty$

[A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [B] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 3 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \ln(1 + x^x)$, $g(x) = \ln(1 + x^2)$ e $h(x) = \sqrt{\ln(1 + e^{x^3})}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

[A] $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ [B] $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ [C] $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ [D] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ [E] $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ [F] $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$

Quesito n. 4 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x - x \tan x}{(1 - \cos x)^2}$

[A] $\frac{1}{2}$ [B] 0 [C] $\frac{1}{3}$ [D] $\frac{4}{3}$ [E] 1 [F] $\frac{2}{3}$

Quesito n. 5 (1) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in [a, b]$ è un punto di massimo. Allora esiste un intorno di x_o tale che $f'(x_o)(x - x_o) \leq 0$ per ogni x appartenente all'intorno (2) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di massimo. Allora $\exists \delta > 0 : x \in (x_o - \delta, x_o + \delta) \Rightarrow f'(x_o)(x - x_o) < 0$ (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Allora $f(x) - f(0) - f'(0)x = o(x)$ per $x \rightarrow 0^+$ (si assume che in x_o la funzione ha un minimo se esiste un intorno $(x_o - \delta, x_o + \delta)$ tale che $f(x) \geq f(x_o)$ per $x \in (x_o - \delta, x_o + \delta)$ e viceversa per il massimo) (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

[A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [B] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [F] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 6 La funzione $f(x) = \begin{cases} -x^2 e^{-x^2} & x \leq 0 \\ \left| \frac{1}{x} + 8x - 6 \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

[A] non più di cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo [B] almeno cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo [C] non più di tre punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo [D] esattamente tre tre punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo [E] non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed uno obliquo [F] non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo

Quesito n. 7 Sia $f(x) = \cos x - e^{-\frac{x^2}{2}} + \alpha x^4 + \beta - \cos x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

[A] $\alpha = \frac{3}{4}, \beta = 1$ [B] $\alpha = \frac{1}{24}, \beta = \frac{1}{4}$ [C] $\alpha = -1, \beta = \frac{1}{4}$ [D] $\alpha = \frac{1}{4}, \beta = 1$ [E] $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = \frac{1}{4}$ [F] $\alpha = \frac{1}{12}, \beta = 1$

Quesito n. 8 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x) : x \in (1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] G ammette estremo inferiore ma non superiore [B] G ammette massimo e minimo [C] G non ammette estremo superiore né inferiore [D] G ammette massimo ma non minimo [E] G ammette minimo [F] G può essere illimitato

Quesito n. 9 Sia data la funzione $f(x) = (x^2)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{x^2 f(x)}$ è uguale a:

[A] $2 \ln(3x) + 1$ [B] $4 \ln x + 1$ [C] $2 \ln x + 1$ [D] $2 \ln(2x) + 1$ [E] $3 \ln(2x) + 1$ [F] $3 \ln x + 1$

Quesito n. 10 La funzione $\arctan(x|x-1|)^{1/3}$ ha

[A] in 0 una cuspid e in 1 un flesso a tangente verticale [B] in 0 un punto in cui la funzione è derivabile [C] in 1 un punto angoloso e in 0 un punto angoloso [D] in 1 una cuspid e in 0 una cuspid e [E] in 1 una cuspid e in 0 un flesso a tangente verticale [F] in 1 un flesso a tangente verticale e in 0 un punto angoloso

Quesito n. 11 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste $x_0 \in [0, 1]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(0) + f(1))$ (2) se f è continua allora esiste x_0 nel dominio tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(0) + f(3))$ (3) se f è strettamente monotona è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [E] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [F] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 12 Sia $f(x) = \arctan \frac{2x+1}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

[A] $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [B] $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ [C] $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ [D] $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [E] $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [F] $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$

Quesito n. 13 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = e^{x^{3/2}/\ln^2 x}$, $f_2(x) = e^{x \ln(\ln x)}$, $f_3(x) = e^{\sqrt{x} \ln^4 x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

☐ $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ $f_1 < f_2 < f_3$ ☐ $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ $f_3 < f_1 < f_2$

Quesito n. 14 Sia $f(x) = \ln(3 + 8 \sin x + 7 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

☐ $\frac{4}{9}$ ☐ $\frac{3}{2}$ ☐ $\frac{4}{7}$ ☐ $\frac{4}{3}$ ☐ 1 ☐ $\frac{4}{5}$

Quesito n. 15 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \ln(1+x) - \sin x}{\sin^2 x + \ln^2(1+x)}$ è uguale a:

☐ $+\infty$ ☐ non esiste ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ 2 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $-\frac{2}{3}$

Quesito n. 16 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+2} + 2(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

☐ $a = 3$ ☐ $a = -2$ ☐ $a = 1$ ☐ $a = 2$ ☐ $a = -1$ ☐ $a = 0$

Compito n.9 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.10 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 La funzione $f(x) = \begin{cases} |\sin x| & -2\pi \leq x \leq 0 \\ xe^{-x} & 0 < x \end{cases}$ ha

☐ **A** esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale ☐ **B** esattamente sei punti di estremo, un asintoto orizzontale ☐ **C** esattamente sei punti di estremo, un asintoto orizzontale un asintoto obliquo ☐ **D** esattamente sei punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ☐ **E** esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo ☐ **F** esattamente cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale

Quesito n. 2 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = (\sqrt{x})^{\ln x}$, $g(x) = (\ln x)^{\sqrt{x}}$ e $h(x) = x^{\sqrt{\ln x}}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

☐ **A** $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ ☐ **B** $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ **C** $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ ☐ **D** $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ **E** $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ ☐ **F** $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$

Quesito n. 3 Sia $f(x) = e^{2x} - e^{-2x} + \alpha x + \beta x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

☐ **A** $\alpha = -4, \beta = -\frac{8}{3}$ ☐ **B** $\alpha = -2, \beta = -\frac{8}{3}$ ☐ **C** $\alpha = -4, \beta = -2$ ☐ **D** $\alpha = 1, \beta = -\frac{8}{3}$ ☐ **E** $\alpha = -4, \beta = 0$ ☐ **F** $\alpha = -4, \beta = -1$

Quesito n. 4 (1) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che in $x_o \in [0, 1]$ la funzione ha un minimo. Allora $f'(x_o) = 0$ (2) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione tale che in $x_o \in [0, 1]$ ha un minimo. Allora f è derivabile in x_o (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

☐ **A** (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ **B** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ **C** (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ **D** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ **E** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ **F** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 5 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x)(1+\sin 2x)-2x}{(e^x-1)^2}$ è uguale a:

☐ **A** 1 ☐ **B** 4 ☐ **C** -1 ☐ **D** non esiste ☐ **E** 0 ☐ **F** $+\infty$

Quesito n. 6 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x(e^{2x} - e^x - x)}$

☐ **A** $\frac{2}{5}$ ☐ **B** $\frac{2}{9}$ ☐ **C** $-\frac{2}{9}$ ☐ **D** $-\frac{1}{2}$ ☐ **E** 0 ☐ **F** $\frac{1}{2}$

Quesito n. 7 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è allora esiste $x_0 \in [a, b]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ (2) se f è invertibile è monotona (3) se f è derivabile è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ **A** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ **B** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ **C** (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ **D** (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ **E** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ **F** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 8 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = xe^{-1/x}$, $f_2(x) = e^{-1/x^2}$, $f_3(x) = x^{1/x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

☐ **A** $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ **B** $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ **C** $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ **D** $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ **E** $f_3 < f_1 < f_2$ ☐ **F** $f_1 < f_2 < f_3$

Quesito n. 9 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+2} - 2(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

☐ **A** $a = 3$ ☐ **B** $a = 0$ ☐ **C** $a = 1$ ☐ **D** $a = -2$ ☐ **E** $a = 2$ ☐ **F** $a = -1$

Quesito n. 10 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste x_0 appartenente al dominio della funzione per cui $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(3) + f(0))$ (2) se $f'(x) \geq 0$ allora la funzione è crescente (3) se f è invertibile e continua è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ **A** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ **B** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ **C** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ **D** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ **E** (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ **F** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 11 La funzione $\sqrt{|\sin x(1 + \sin x)|}$ ha

☐ **A** in $-\pi$ un punto angoloso ☐ **B** in $-\frac{\pi}{2}$ un punto in cui la funzione è derivabile ☐ **C** in $-\pi$ una cuspid e in $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso ☐ **D** in $-\frac{\pi}{2}$ una cuspid e ☐ **E** in $-\pi$ una cuspid e in $-\frac{\pi}{2}$ una cuspid ☐ **F** in $-\pi$ un punto angoloso e in $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso

Quesito n. 12 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ **A** G ammette estremo superiore ma non inferiore ☐ **B** G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ **C** G può essere illimitato ☐ **D** G non ammette minimo ☐ **E** G è limitato ☐ **F** G non ammette massimo

Quesito n. 13 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{x-2}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

☐ **A** $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ **B** $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ **C** $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ **D** $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ **E** $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ **F** $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$

Quesito n. 14 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile monotona strettamente crescente tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Può aversi $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$. (2) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile monotona strettamente crescente tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Può aversi $f'(x) = 0$ su di un insieme illimitato (3) È data una funzione $h: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile per cui la derivata prima è una funzione strettamente crescente. Allora h ha la concavità rivolta verso l'alto

☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 15 Sia data la funzione $f(x) = \left(x^{x^3}\right)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{x^3 f(x)}$ è uguale a:

☐ $4 \ln x + 1$ ☐ $2 \ln(2x) + 1$ ☐ $2 \ln(3x) + 1$ ☐ $3 \ln x + 1$ ☐ $2 \ln x + 1$ ☐ $3 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 16 Sia $f(x) = \ln(2 + 14 \sin x + 4 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

☐ $\frac{7}{4}$ ☐ $\frac{7}{3}$ ☐ $\frac{7}{9}$ ☐ $\frac{7}{6}$ ☐ $\frac{7}{5}$ ☐ 1

Compito n.10 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.11 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste $x_0 \in [0, 1]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(0) + f(1))$ (2) se f è continua allora esiste x_0 nel dominio tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(0) + f(3))$ (3) se f è strettamente monotona è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 2 Sia data la funzione $f(x) = ((3x)^x)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{xf(x)}$ è uguale a:

☐ $3 \ln x + 1$ ☐ $3 \ln(2x) + 1$ ☐ $2 \ln(2x) + 1$ ☐ $2 \ln x + 1$ ☐ $2 \ln(3x) + 1$ ☐ $4 \ln x + 1$

Quesito n. 3 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = e^{\sqrt{x}}$, $f_2(x) = e^{\ln^2 x}$, $f_3(x) = x^{\sqrt{x}}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

☐ $f_1 < f_2 < f_3$ ☐ $f_3 < f_1 < f_2$ ☐ $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ $f_3 < f_2 < f_1$

Quesito n. 4 La funzione $\arctan(x|x-1|)^{1/3}$ ha

☐ in 0 un punto in cui la funzione è derivabile ☐ in 1 una cuspid e in 0 un flesso a tangente verticale ☐ in 0 una cuspid e in 1 un flesso a tangente verticale ☐ in 1 un punto angoloso e in 0 un punto angoloso ☐ in 1 un flesso a tangente verticale e in 0 un punto angoloso ☐ in 1 una cuspid e in 0 una cuspid e

Quesito n. 5 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{2x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

☐ $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$

Quesito n. 6 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin^2 x - x \sin x}{(1 - \cos x)^2}$

☐ 0 ☐ $-\frac{1}{3}$ ☐ -1 ☐ $-\frac{2}{3}$ ☐ $-\frac{3}{2}$ ☐ $+\infty$

Quesito n. 7 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua è monotona (3) se f è monotona è continua. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 8 Sia $f(x) = \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + \cos x + \beta + \alpha x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

☐ $\alpha = -\frac{1}{4}, \beta = -1$ ☐ $\alpha = -\frac{1}{3}, \beta = 1$ ☐ $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = 1$ ☐ $\alpha = -\frac{7}{24}, \beta = -1$ ☐ $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = 1$ ☐ $\alpha = \frac{5}{24}, \beta = -1$

Quesito n. 9 Sia $f(x) = \ln(8 + 5 \sin x + \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

☐ $\frac{5}{9}$ ☐ $\frac{5}{3}$ ☐ $\frac{5}{4}$ ☐ $\frac{5}{6}$ ☐ 1 ☐ $\frac{5}{7}$

Quesito n. 10 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)(1-\sin 2x) - 2x}{x^2 + \sin x^2}$ è uguale a:

☐ 4 ☐ 2 ☐ 0 ☐ $+\infty$ ☐ non esiste ☐ -3

Quesito n. 11 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty$. Allora $\lim_{x \rightarrow b^-} f'(x) = +\infty$. (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora non è detto che sia definitivamente positiva oppure negativa (3) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $|f'(x)|$ è illimitata. Allora $f(x)$ è illimitata.

☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 12 (1) Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile in (a, b) sia $f'(x_0) = 0$, $x_0 \in (a, b)$. Allora x_0 è un punto di massimo oppure di minimo oppure di flesso a tangente orizzontale (2) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Allora $f(x)$ è crescente sul suo dominio (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Allora $\frac{f(x)-f(0)}{x^{1/2}} = o(1)$ per $x \rightarrow 0^+$ (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 13 La funzione $f(x) = \begin{cases} |\sin x| & -2\pi \leq x \leq 0 \\ xe^{-x} & 0 < x \end{cases}$ ha

☐ esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale ☐ esattamente sei punti di estremo, un asintoto orizzontale ☐ esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo ☐ esattamente sei punti di estremo, un asintoto orizzontale un asintoto obliquo ☐ esattamente cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ☐ esattamente sei punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale

Quesito n. 14 Date le funzioni f , g e h definite da $f(x) = (\sqrt{x})^{\ln x}$, $g(x) = (\ln x)^{\sqrt{x}}$ e $h(x) = x^{\sqrt{\ln x}}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

☐ $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ ☐ $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ ☐ $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ ☐ $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$

Quesito n. 15 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+2} + 2(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

☐ $a = 1$ ☐ $a = 0$ ☐ $a = 3$ ☐ $a = 2$ ☐ $a = -2$ ☐ $a = -1$

Quesito n. 16 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ G non ammette massimo ☐ G ammette estremo superiore ma non inferiore ☐ G non ammette minimo ☐ G può essere illimitato ☐ G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ G è limitato

Compito n.11 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.12 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ sia $g(x): [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ la f ristretta all'intervallo $[0, 1]$ ($g(x) = f|_{[0,1]}$). Si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua ed invertibile allora $g(x)$ è monotona (3) se f è invertibile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [D] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [E] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [F] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 2 Sia $f(x) = \beta - \frac{1}{2}x \sin x - \cos x + \alpha x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

[A] $\alpha = 2, \beta = 1$ [B] $\alpha = -\frac{1}{24}, \beta = 1$ [C] $\alpha = \frac{5}{24}, \beta = 1$ [D] $\alpha = \frac{5}{12}, \beta = 2$ [E] $\alpha = -1, \beta = 0$ [F] $\alpha = 1, \beta = -1$

Quesito n. 3 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \ln(1+x) - \sin x}{\sin^2 x + \ln^2(1+x)}$ è uguale a:

[A] $\frac{3}{4}$ [B] $\frac{1}{2}$ [C] $-\frac{2}{3}$ [D] non esiste [E] $+\infty$ [F] 2

Quesito n. 4 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x(e^{2x} - e^x - x)}$

[A] 0 [B] $\frac{2}{9}$ [C] $-\frac{2}{9}$ [D] $\frac{1}{2}$ [E] $\frac{2}{5}$ [F] $-\frac{1}{2}$

Quesito n. 5 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ monotona strettamente crescente e derivabile. Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$ (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} g'(x) = 0$. (3) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora se esiste $\lim_{x \rightarrow +\infty} g'(x)$ esso è 0.

[A] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [D] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 6 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = \frac{\sin x^2}{\tan(x^{\frac{2}{3}})}$, $f_2(x) = \frac{\ln(\cos x^2)}{-\sqrt{\cos x} + 1}$,

$f_3(x) = \frac{\cos(\sin x) - 1}{\sin x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $\frac{f}{g} < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

[A] $f_2 < f_1 < f_3$ [B] $f_2 < f_3 < f_1$ [C] $f_3 < f_1 < f_2$ [D] $f_3 < f_2 < f_1$ [E] $f_1 < f_3 < f_2$ [F] $f_1 < f_2 < f_3$

Quesito n. 7 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{x-2}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

[A] $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [B] $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ [C] $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ [D] $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [E] $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [F] $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$

Quesito n. 8 La funzione $f(x) = \begin{cases} |x^2 + x| & -2 \leq x \leq 0 \\ \left| \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

[A] non più di tre punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo [B] esattamente quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale, un asintoto obliquo [C] esattamente cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo [D] non più di sei punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale e un asintoto obliquo [E] non più di sei punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo [F] non più di quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo

Quesito n. 9 La funzione $\sqrt{|\sin x(1 + \sin x)|}$ ha

[A] in $-\pi$ un punto angoloso [B] in $-\pi$ un punto angoloso e in $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso [C] in $-\frac{\pi}{2}$ un punto in cui la funzione è derivabile [D] in $-\frac{\pi}{2}$ una cuspid e [E] in $-\pi$ una cuspid e in $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso [F] in $-\pi$ una cuspid e in $-\frac{\pi}{2}$ una cuspid e

Quesito n. 10 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+1} + 3(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

[A] $a = 2$ [B] $a = 3$ [C] $a = -2$ [D] $a = 1$ [E] $a = -1$ [F] $a = 0$

Quesito n. 11 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \ln(\ln x)$, $g(x) = \ln^2 x$ e $h(x) = \sqrt{\ln x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

[A] $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ [B] $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ [C] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ [D] $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ [E] $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ [F] $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$

Quesito n. 12 (1) Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile in (a, b) , $x_o \in (a, b)$ è un punto di massimo oppure di minimo; allora $f'(x_o) = 0$. (2) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Allora $f(x)$ è crescente sul suo dominio (3) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

[A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [D] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 13 Sia $f(x) = \ln(7 + 9 \sin x + 5 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

[A] $\frac{3}{5}$ [B] 1 [C] $\frac{1}{2}$ [D] $\frac{3}{7}$ [E] $\frac{1}{3}$ [F] $\frac{3}{4}$

Quesito n. 14 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente decrescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ **A** G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ **B** G può essere illimitato ☐ **C** G è limitato ☐ **D** G ammette estremo superiore ma non inferiore ☐ **E** G non ammette massimo ☐ **F** G non ammette minimo

Quesito n. 15 Sia data la funzione $f(x) = (x^x)^{2x}$. Allora $\frac{f'(x)}{2xf(x)}$ è uguale a:

☐ **A** $2 \ln x + 1$ ☐ **B** $4 \ln x + 1$ ☐ **C** $3 \ln x + 1$ ☐ **D** $2 \ln(3x) + 1$ ☐ **E** $3 \ln(2x) + 1$ ☐ **F** $2 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 16 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: **(1)** se f è continua è limitata **(2)** se f è monotona è invertibile **(3)** se f è continua e monotona è derivabile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ **A** **(1)** è falsa, **(2)** è falsa e **(3)** è vera ☐ **B** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è falsa ☐ **C** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è vera ☐ **D** **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è vera ☐ **E** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è vera ☐ **F** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa

Compito n.12 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.13 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Sia data la funzione $f(x) = (x^{x^2})^x$. Allora $\frac{f'(x)}{x^2 f(x)}$ è uguale a:

- [A] $3 \ln(2x) + 1$ [B] $2 \ln x + 1$ [C] $4 \ln x + 1$ [D] $3 \ln x + 1$ [E] $2 \ln(2x) + 1$ [F] $2 \ln(3x) + 1$

Quesito n. 2 Sia $f(x) = \ln(8 + 5 \sin x + \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

- [A] $\frac{5}{7}$ [B] $\frac{5}{9}$ [C] $\frac{5}{4}$ [D] 1 [E] $\frac{5}{6}$ [F] $\frac{5}{3}$

Quesito n. 3 Sia $f(x) = \arctan \frac{2x-1}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- [A] $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ [B] $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [C] $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [D] $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [E] $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [F] $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$

Quesito n. 4 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua è monotona (3) se f è monotona è continua. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [E] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 5 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+1} - 3(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- [A] $a = 0$ [B] $a = -1$ [C] $a = 2$ [D] $a = 3$ [E] $a = 1$ [F] $a = -2$

Quesito n. 6 La funzione $\sqrt{|\sin x(1 - \sin x)|}$ ha

- [A] in 0 una cuspid e in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid [B] in 0 un punto in cui la funzione è derivabile e in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid [C] in $\frac{\pi}{2}$ un punto in cui la funzione è derivabile [D] in 0 un punto angoloso e in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso [E] in 0 una cuspid e in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso [F] in 0 un punto angoloso e in $\frac{\pi}{2}$ un punto in cui è derivabile

Quesito n. 7 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è monotona è limitata (2) se f è continua è limitata (3) se f è monotona è continua. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [E] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 8 La funzione $f(x) = \begin{cases} |\sin x| & -2\pi \leq x \leq 0 \\ xe^{-x} & 0 < x \end{cases}$ ha

- [A] esattamente cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale [B] esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo [C] esattamente sei punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale [D] esattamente sei punti di estremo, un asintoto orizzontale [E] esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale [F] esattamente sei punti di estremo, un asintoto orizzontale un asintoto obliquo

Quesito n. 9 (1) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in [a, b]$ è un punto di minimo. Allora esiste un intorno di x_o tale che $f'(x_o)(x - x_o) \geq 0$ per ogni x appartenente all'intorno (2) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di massimo. Allora $\exists \delta > 0 : x \in (x_o - \delta, x_o + \delta) \Rightarrow f'(x_o)(x - x_o) < 0$ (3) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di minimo e $f'(x_o) = 0$. Allora $f''(x_o) > 0$ (si assume che in x_o la funzione ha un minimo se esiste un intorno $(x_o - \delta, x_o + \delta)$ tale che $f(x) \geq f(x_o)$ per $x \in (x_o - \delta, x_o + \delta)$ e viceversa per il massimo) (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- [A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [B] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [D] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 10 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = e^{\sqrt{x}}$, $f_2(x) = e^{\ln^2 x}$, $f_3(x) = x^{\sqrt{x}}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

- [A] $f_3 < f_2 < f_1$ [B] $f_3 < f_1 < f_2$ [C] $f_2 < f_3 < f_1$ [D] $f_2 < f_1 < f_3$ [E] $f_1 < f_3 < f_2$ [F] $f_1 < f_2 < f_3$

Quesito n. 11 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = x^{x \ln x}$, $g(x) = (\ln x)^{x^2}$ e $h(x) = 2^{e^x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

- [A] $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ [B] $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ [C] $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ [D] $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ [E] $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ [F] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$

Quesito n. 12 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ che in $x = x_o$ ha un massimo. Allora la funzione è derivabile in $x = x_o$ e la derivata vale zero. (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile che in x_o ha un flesso con derivata prima nulla. Allora $g''(x_o)$ esiste e vale zero (3) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ convessa. Allora f' esiste ed è crescente

- [A] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [B] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 13 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x)(1+\sin 2x) - 2x}{(e^x - 1)^2}$ è uguale a:

- [A] 1 [B] non esiste [C] $+\infty$ [D] -1 [E] 4 [F] 0

Quesito n. 14 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente decrescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in (1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ A G non ammette estremo superiore nè inferiore ☐ B G ammette massimo ma non minimo ☐ C G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ D G può essere illimitato ☐ E G ammette massimo e minimo ☐ F G ammette minimo ma non massimo

Quesito n. 15 Sia $f(x) = \ln^2(1+x) - x^2 + \alpha x^3 + \beta x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

☐ A $\alpha = 1, \beta = -2$ ☐ B $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$ ☐ C $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -1$ ☐ D $\alpha = 1, \beta = -\frac{11}{12}$ ☐ E $\alpha = -\frac{11}{12}, \beta = 1$ ☐ F $\alpha = \frac{7}{8}, \beta = 1$

Quesito n. 16 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos^2 x - e^{x^2} + 1}{x^2 \sin^2 x}$

☐ A $-\frac{3}{2}$ ☐ B $+\infty$ ☐ C $-\frac{1}{4}$ ☐ D $\frac{1}{2}$ ☐ E $-\frac{1}{2}$ ☐ F 0

Compito n.13 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.14 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 La funzione $\sqrt{\frac{|x^2(x-1)|}{|x+1|}}$ ha

[A] in 1 un punto angoloso e in 0 la funzione è derivabile [B] in 1 una cuspid e in 0 la funzione è derivabile [C] in 1 un punto angoloso e in 0 un punto angoloso [D] in 1 una cuspid e in 0 una cuspid [E] in 1 una cuspid e in 0 un punto angoloso [F] in 1 la funzione è derivabile e in 0 una cuspid

Quesito n. 2 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste $x_0 \in [a, b]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ (2) se f è invertibile è monotona (3) se f è derivabile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa [C] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [D] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [E] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 3 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = e^{x^{3/2}/\ln^2 x}$, $f_2(x) = e^{x \ln(\ln x)}$, $f_3(x) = e^{\sqrt{x} \ln^4 x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

[A] $f_2 < f_1 < f_3$ [B] $f_3 < f_1 < f_2$ [C] $f_1 < f_3 < f_2$ [D] $f_1 < f_2 < f_3$ [E] $f_2 < f_3 < f_1$ [F] $f_3 < f_2 < f_1$

Quesito n. 4 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2} \sin x - x}{\tan x - \sin x}$

[A] $-\infty$ [B] $-\frac{1}{2}$ [C] $\frac{1}{4}$ [D] $\frac{2}{3}e$ [E] $\frac{5}{3}$ [F] 0

Quesito n. 5 Sia $f(x) = \ln(3 + 8 \sin x + 7 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

[A] 1 [B] $\frac{4}{9}$ [C] $\frac{4}{5}$ [D] $\frac{3}{2}$ [E] $\frac{4}{7}$ [F] $\frac{4}{3}$

Quesito n. 6 La funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 e^{-x^2} & x \leq 0 \\ \left| \frac{5}{x} + x - 6 \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

[A] esattamente quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo [B] non più di cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo [C] non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo [D] non più di tre punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed un asintoto obliquo [E] almeno sei punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo [F] non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo

Quesito n. 7 Sia $f(x) = \cos x - e^{-\frac{x^2}{2}} + \alpha x^4 + \beta - \cos x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

[A] $\alpha = -1, \beta = \frac{1}{4}$ [B] $\alpha = \frac{3}{4}, \beta = 1$ [C] $\alpha = \frac{1}{12}, \beta = 1$ [D] $\alpha = \frac{1}{24}, \beta = \frac{1}{4}$ [E] $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = \frac{1}{4}$ [F] $\alpha = \frac{1}{4}, \beta = 1$

Quesito n. 8 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \ln(1+x) - \sin x}{\sin^2 x + \ln^2(1+x)}$ è uguale a:

[A] $+\infty$ [B] $\frac{1}{2}$ [C] $\frac{3}{4}$ [D] non esiste [E] $-\frac{2}{3}$ [F] 2

Quesito n. 9 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = (\sqrt{x})^{\ln x}$, $g(x) = (\ln x)^{\sqrt{x}}$ e $h(x) = x^{\sqrt{\ln x}}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

[A] $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ [B] $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ [C] $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ [D] $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ [E] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ [F] $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$

Quesito n. 10 Sia data la funzione $f(x) = (x^x)^{3x}$. Allora $\frac{f'(x)}{3xf(x)}$ è uguale a:

[A] $2 \ln(2x) + 1$ [B] $3 \ln x + 1$ [C] $2 \ln x + 1$ [D] $4 \ln x + 1$ [E] $2 \ln(3x) + 1$ [F] $3 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 11 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2) \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2)$. Sia $G = \{y = g(x) : x \in (1, 2)\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] G può essere illimitato [B] G ammette estremo inferiore ma non superiore [C] G ammette minimo [D] G ammette estremo superiore ma non inferiore [E] G ammette massimo [F] G ammette estremo superiore e inferiore

Quesito n. 12 (1) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che in $x_o \in [0, 1]$ la funzione ha un minimo. Allora $f'(x_o) = 0$ (2) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione tale che in $x_o \in [0, 1]$ ha un minimo. Allora f è derivabile in x_o (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

[A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [D] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 13 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste $x_0 \in [0, 1]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(0) + f(1))$ (2) se f è continua allora esiste x_0 nel dominio tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(0) + f(3))$ (3) se f è strettamente monotona è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [E] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 14 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+2} + 2(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

[A] $a = 0$ [B] $a = 3$ [C] $a = -1$ [D] $a = -2$ [E] $a = 1$ [F] $a = 2$

Quesito n. 15 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{2x-1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- ☐ **A** $-\frac{3}{2x^2-2x+5}$ ☐ **B** $\frac{1}{5x^2+6x+2}$ ☐ **C** $\frac{3}{5x^2-2x+2}$ ☐ **D** $\frac{3}{2x^2-2x+5}$ ☐ **E** $-\frac{1}{5x^2+6x+2}$ ☐ **F** $-\frac{3}{5x^2-2x+2}$

Quesito n. 16 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. **(1)** È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile monotona strettamente crescente tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Può aversi $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$. **(2)** È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile monotona strettamente crescente tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Può aversi $f'(x) = 0$ su di un insieme illimitato. **(3)** È data una funzione $h: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile per cui la derivata prima è una funzione strettamente crescente. Allora h ha la concavità rivolta verso l'alto.

☐ **A** **(1)** è falsa, **(2)** è falsa e **(3)** è vera ☐ **B** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è vera ☐ **C** **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è falsa ☐ **D** **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è vera ☐ **E** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è falsa ☐ **F** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è vera

Compito n.14 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.15 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Sia data la funzione $f(x) = ((2x)^x)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{xf(x)}$ è uguale a:

- ☐ A $2 \ln(3x) + 1$ ☐ B $2 \ln x + 1$ ☐ C $3 \ln(2x) + 1$ ☐ D $3 \ln x + 1$ ☐ E $2 \ln(2x) + 1$ ☐ F $4 \ln x + 1$

Quesito n. 2 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)(1-\sin x) - 2x}{\sin^2 x + \sin x^2}$ è uguale a:

- ☐ A -2 ☐ B non esiste ☐ C $+\infty$ ☐ D 2 ☐ E $\frac{2}{3}$ ☐ F 1

Quesito n. 3 Sia $f(x) = \ln(3 + 5 \sin x + 4 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

- ☐ A 1 ☐ B $\frac{5}{6}$ ☐ C $\frac{5}{7}$ ☐ D $\frac{5}{3}$ ☐ E $\frac{5}{4}$ ☐ F $\frac{5}{9}$

Quesito n. 4 La funzione $\sqrt{|\sin x(1 - \sin x)|}$ ha

☐ A in 0 una cuspid e in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso ☐ B in 0 un punto angoloso e in $\frac{\pi}{2}$ un punto in cui è derivabile ☐ C in 0 un punto in cui la funzione è derivabile e in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e ☐ D in 0 un punto angoloso e in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso ☐ E in 0 una cuspid e e in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e ☐ F in $\frac{\pi}{2}$ un punto in cui la funzione è derivabile

Quesito n. 5 Sia $f(x) = \arctan \frac{x-2}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- ☐ A $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ B $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ C $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ D $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ E $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ F $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$

Quesito n. 6 (1) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(1/2) = 0$. Allora $\frac{f(x) - f(\frac{1}{2})}{\sqrt{x - \frac{1}{2}}} = o(1)$ per $x \rightarrow \frac{1}{2}^+$ (2) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x = 0$ è un minimo. Allora $f'(0^+) = 0$ (la derivata destra in $x = 0$ vale zero). (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

☐ A (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ C (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ D (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 7 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste x_0 appartenente al dominio della funzione per cui $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(3) + f(0))$ (2) se $f'(x) \geq 0$ allora la funzione è crescente (3) se f è invertibile e continua è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ A (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ B (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ C (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ D (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ E (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 8 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ che in $x = x_0$ ha un massimo. Allora la funzione è derivabile in $x = x_0$ e la derivata vale zero. (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile che in x_0 ha un flesso con derivata prima nulla. Allora $g''(x_0)$ esiste e vale zero (3) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ convessa. Allora f' esiste ed è crescente

☐ A (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ B (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ C (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ D (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ F (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 9 La funzione $f(x) = \begin{cases} |\cos x| & -\pi \leq x \leq 0 \\ |-x^2 + x^3| & 0 < x \leq 2 \end{cases}$ ha

☐ A esattamente cinque punti di estremo ☐ B esattamente due punti di estremo ☐ C esattamente quattro punti di estremo ☐ D esattamente un punto di estremo ☐ E esattamente sei punti di estremo ☐ F esattamente tre punti di estremo

Quesito n. 10 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = \frac{\sin x^2}{\tan(x^{\frac{2}{3}})}$, $f_2(x) = \frac{\ln(\cos x^2)}{-\sqrt{\cos x + 1}}$, $f_3(x) = \frac{\cos(\sin x) - 1}{\sin x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

- ☐ A $f_1 < f_2 < f_3$ ☐ B $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ C $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ D $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ E $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ F $f_3 < f_1 < f_2$

Quesito n. 11 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \ln(1 + x^x)$, $g(x) = \ln(1 + x^2)$ e $h(x) = \sqrt{\ln(1 + e^{x^3})}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

☐ A $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ ☐ B $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ ☐ C $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ ☐ D $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ E $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ ☐ F $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$

Quesito n. 12 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+2} - 2(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- ☐ A $a = 0$ ☐ B $a = -1$ ☐ C $a = 1$ ☐ D $a = -2$ ☐ E $a = 2$ ☐ F $a = 3$

Quesito n. 13 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} \cos x - e^{x^2} + \frac{5}{2}x^2}{x \sin^3 x}$

- ☐ A $\frac{1}{2}$ ☐ B $\frac{13}{24}$ ☐ C $\frac{2}{7}$ ☐ D $-\frac{1}{2}$ ☐ E $\frac{7}{5}$ ☐ F $\frac{2}{3}$

Quesito n. 14 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: **(1)** se f è continua è limitata **(2)** se f è monotona è invertibile **(3)** se f è continua e monotona è derivabile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ **A** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è vera ☐ **B** **(1)** è falsa, **(2)** è falsa e **(3)** è vera ☐ **C** **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è vera ☐ **D** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è vera ☐ **E** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa ☐ **F** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è falsa

Quesito n. 15 Sia $f(x) = \ln^2(1+x) - x^2 + \alpha x^3 + \beta x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

☐ **A** $\alpha = \frac{7}{8}, \beta = 1$ ☐ **B** $\alpha = 1, \beta = -\frac{11}{12}$ ☐ **C** $\alpha = 1, \beta = -2$ ☐ **D** $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -1$ ☐ **E** $\alpha = -\frac{11}{12}, \beta = 1$ ☐ **F** $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$

Quesito n. 16 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente decrescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in (1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ **A** G può essere illimitato ☐ **B** G non ammette estremo superiore nè inferiore ☐ **C** G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ **D** G ammette minimo ma non massimo ☐ **E** G ammette massimo ma non minimo ☐ **F** G ammette massimo e minimo

Compito n.15 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.16 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Sia data la funzione $f(x) = (x^x)^{3x}$. Allora $\frac{f'(x)}{3xf(x)}$ è uguale a:

- ☐ A $3 \ln x + 1$ ☐ B $2 \ln x + 1$ ☐ C $3 \ln(2x) + 1$ ☐ D $2 \ln(2x) + 1$ ☐ E $2 \ln(3x) + 1$ ☐ F $4 \ln x + 1$

Quesito n. 2 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = xe^{-1/x}$, $f_2(x) = e^{-1/x^2}$, $f_3(x) = x^{1/x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

- ☐ A $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ B $f_1 < f_2 < f_3$ ☐ C $f_3 < f_1 < f_2$ ☐ D $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ E $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ F $f_3 < f_2 < f_1$

Quesito n. 3 Sia $f(x) = \cos x - e^{-\frac{x^2}{2}} + \alpha x^4 + \beta - \cos x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- ☐ A $\alpha = \frac{1}{24}, \beta = \frac{1}{4}$ ☐ B $\alpha = \frac{3}{4}, \beta = 1$ ☐ C $\alpha = -1, \beta = \frac{1}{4}$ ☐ D $\alpha = \frac{1}{4}, \beta = 1$ ☐ E $\alpha = \frac{1}{12}, \beta = 1$ ☐ F $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = \frac{1}{4}$

Quesito n. 4 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{x-2}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- ☐ A $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ B $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ C $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ D $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ E $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ F $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$

Quesito n. 5 La funzione $\sqrt{|\cos x(1 - \cos x)|}$ ha

- ☐ A in $\frac{\pi}{2}$ la funzione è derivabile e 0 è un punto angoloso ☐ B in $\frac{\pi}{2}$ la funzione è derivabile e 0 è un punto di cuspidità ☐ C $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso e 0 un punto angoloso ☐ D $\frac{\pi}{2}$ un punto di cuspidità e 0 un punto di cuspidità ☐ E $\frac{\pi}{2}$ una cuspidità e 0 un punto angoloso ☐ F $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso in 0 e la funzione è derivabile

Quesito n. 6 Sia $f(x) = \ln(8 + 5 \sin x + \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

- ☐ A $\frac{5}{7}$ ☐ B $\frac{5}{6}$ ☐ C $\frac{5}{4}$ ☐ D $\frac{5}{3}$ ☐ E $\frac{5}{9}$ ☐ F 1

Quesito n. 7 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente decrescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A G può essere illimitato ☐ B G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ C G ammette estremo superiore ma non inferiore ☐ D G non ammette massimo ☐ E G è limitato ☐ F G non ammette minimo

Quesito n. 8 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x)(1+\sin 2x) - 2x}{(e^x - 1)^2}$ è uguale a:

- ☐ A 1 ☐ B 0 ☐ C 4 ☐ D $+\infty$ ☐ E -1 ☐ F non esiste

Quesito n. 9 La funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 e^{-x^2} & x \leq 0 \\ \left| \frac{5}{x} + x - 6 \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

- ☐ A non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo ☐ B non più di cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ C non più di tre punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed un asintoto obliquo ☐ D almeno sei punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo ☐ E esattamente quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ F non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo

Quesito n. 10 (1) Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile in (a, b) sia $f'(x_0) = 0$, $x_0 \in (a, b)$. Allora x_0 è un punto di massimo oppure di minimo oppure di flesso a tangente orizzontale (2) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Allora $f(x)$ è crescente sul suo dominio (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Allora $\frac{f(x) - f(0)}{x^{1/2}} = o(1)$ per $x \rightarrow 0^+$ (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- ☐ A (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ C (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ D (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ F (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 11 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è monotona è limitata (2) se f è continua è limitata (3) se f è monotona è continua. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ B (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ C (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ D (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 12 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua è monotona (3) se f è derivabile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ C (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ D (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ E (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ F nessuna delle altre risposte è esatta

Quesito n. 13 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty$. Allora $\lim_{x \rightarrow b^-} f'(x) = +\infty$. (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora non è detto che sia definitivamente positiva oppure negativa (3) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $|f'(x)|$ è illimitata. Allora $f(x)$ è illimitata.

- ☐ A (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ B (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ C (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ D (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 14 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = 2^{(x^x)}$, $g(x) = x^{(2^x)}$ e $h(x) = (2^x)^x$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

☐ $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ ☐ $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ ☐ $h(x) = o(f(x))$
e $f(x) = o(g(x))$ ☐ $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ ☐ $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$

Quesito n. 15 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+2} + 2(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

☐ $a = -2$ ☐ $a = 3$ ☐ $a = -1$ ☐ $a = 0$ ☐ $a = 1$ ☐ $a = 2$

Quesito n. 16 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x - x \tan x}{(1 - \cos x)^2}$

☐ 0 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{2}{3}$ ☐ 1 ☐ $\frac{4}{3}$

Compito n.16 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.17 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Sia $f(x) = e^{2x} - e^{-2x} + \alpha x + \beta x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- ☐ $\alpha = -4, \beta = 0$ ☐ $\alpha = -4, \beta = -1$ ☐ $\alpha = -4, \beta = -\frac{8}{3}$ ☐ $\alpha = 1, \beta = -\frac{8}{3}$ ☐ $\alpha = -4, \beta = -2$ ☐ $\alpha = -2, \beta = -\frac{8}{3}$

Quesito n. 2 La funzione $f(x) = \begin{cases} |\sin x| & -2\pi \leq x \leq 0 \\ xe^{-x} & 0 < x \end{cases}$ ha

☐ esattamente sei punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ☐ esattamente sei punti di estremo, un asintoto orizzontale ☐ esattamente sei punti di estremo, un asintoto orizzontale un asintoto obliquo ☐ esattamente cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ☐ esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo ☐ esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale

Quesito n. 3 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile monotona strettamente crescente tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Può aversi $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$. (2) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile monotona strettamente crescente tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Può aversi $f'(x) = 0$ su di un insieme illimitato. (3) È data una funzione $h: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile per cui la derivata prima è una funzione strettamente crescente. Allora h ha la concavità rivolta verso l'alto.

☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 4 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = \frac{e^{\sin x^2} - 1}{\cos x - 1}$, $f_2(x) = (1+x)^{\frac{1}{2x}}$, $f_3(x) = \frac{1}{\ln x}(1+x^2)^{\frac{1}{2}}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

☐ $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ $f_1 < f_2 < f_3$ ☐ $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ $f_3 < f_1 < f_2$

Quesito n. 5 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata. (2) se f è continua ed invertibile allora f^{-1} è continua. (3) se f è continua e invertibile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera.

☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 6 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} \cos x - e^{x^2} + \frac{5}{2}x^2}{x \sin^3 x}$

☐ $\frac{7}{5}$ ☐ $\frac{2}{7}$ ☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{13}{24}$ ☐ $\frac{2}{3}$

Quesito n. 7 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x) : x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera.

☐ G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ G ammette minimo ma non massimo ☐ G non ammette estremo superiore né inferiore ☐ G non ammette minimo ☐ G può essere illimitato ☐ G ammette massimo

Quesito n. 8 Sia data la funzione $f(x) = ((2x)^x)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{xf(x)}$ è uguale a:

☐ $2 \ln x + 1$ ☐ $3 \ln(2x) + 1$ ☐ $4 \ln x + 1$ ☐ $3 \ln x + 1$ ☐ $2 \ln(3x) + 1$ ☐ $2 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 9 (1) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(1/2) = 0$. Allora $\frac{f(x) - f(\frac{1}{2})}{\sqrt{x - \frac{1}{2}}} = o(1)$ per $x \rightarrow \frac{1}{2}^+$. (2) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x = 0$ è un minimo. Allora $f'(0^+) = 0$ (la derivata destra in $x = 0$ vale zero). (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 10 Sia $f(x) = \ln(7 + 9 \sin x + 5 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{3}{7}$ ☐ 1

Quesito n. 11 La funzione $\sqrt{|\sin x(1 - \sin x)|}$ ha

☐ in 0 una cuspid e in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso ☐ in $\frac{\pi}{2}$ un punto in cui la funzione è derivabile ☐ in 0 un punto angoloso e in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso ☐ in 0 una cuspid e in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e ☐ in 0 un punto in cui la funzione è derivabile e in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e ☐ in 0 un punto angoloso e in $\frac{\pi}{2}$ un punto in cui è derivabile

Quesito n. 12 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+1} + 3(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

☐ $a = 0$ ☐ $a = 2$ ☐ $a = 3$ ☐ $a = 1$ ☐ $a = -1$ ☐ $a = -2$

Quesito n. 13 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \ln(1+x) - \sin x}{\sin^2 x + \ln^2(1+x)}$ è uguale a:

☐ $-\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ $+\infty$ ☐ 2 ☐ non esiste

Quesito n. 14 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: **(1)** se f è monotona è limitata **(2)** se f è monotona è invertibile **(3)** se f è derivabile e invertibile allora $f' \neq 0$ per ogni x . Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ **A** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa ☐ **B** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è vera ☐ **C** **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è vera ☐ **D** **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è vera ☐ **E** **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è falsa ☐ **F** **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è falsa

Quesito n. 15 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = (\sqrt{x})^{\ln x}$, $g(x) = (\ln x)^{\sqrt{x}}$ e $h(x) = x^{\sqrt{\ln x}}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

☐ **A** $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ ☐ **B** $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ **C** $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ **D** $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ ☐ **E** $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ ☐ **F** $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$

Quesito n. 16 Sia $f(x) = \arctan \frac{x-2}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

☐ **A** $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ **B** $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ **C** $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ **D** $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ **E** $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ **F** $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$

Compito n.17 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Totale: ☐

Compito n.18 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 La funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 e^{-x^2} & x \leq 0 \\ \left| \frac{5}{x} + x - 6 \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

A almeno sei punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo **B** esattamente quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo **C** non più di cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo **D** non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo **E** non più di tre punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed un asintoto obliquo **F** non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo

Quesito n. 2 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x(e^{2x} - e^x - x)}$

A $\frac{1}{2}$ **B** $-\frac{2}{9}$ **C** 0 **D** $-\frac{1}{2}$ **E** $\frac{2}{5}$ **F** $\frac{2}{9}$

Quesito n. 3 Data una funzione $f: [0, 1) \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ sia $g(x): [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ la f ristretta all'intervallo $[2, 3]$ ($g(x) = f|_{[2,3]}$). Si consideri: (1) se f è continua allora esiste (finito o infinito) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ (2) se f è continua ed invertibile allora $g(x)$ è monotona (3) se f è strettamente monotona è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

A (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera **B** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera **C** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera **D** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa **E** (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa **F** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 4 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \ln(\ln x)$, $g(x) = \ln^2 x$ e $h(x) = \sqrt{\ln x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

A $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ **B** $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ **C** $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ **D** $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ **E** $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ **F** $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$

Quesito n. 5 La funzione $\sqrt{|\sin x(1 + \sin x)|}$ ha

A in $-\pi$ una cuspid e in $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso **B** in $-\frac{\pi}{2}$ un punto in cui la funzione è derivabile **C** in $-\frac{\pi}{2}$ una cuspid e **D** in $-\pi$ un punto angoloso e in $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso **E** in $-\pi$ una cuspid e in $-\frac{\pi}{2}$ una cuspid e **F** in $-\pi$ un punto angoloso

Quesito n. 6 (1) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in [a, b]$ è un punto di minimo. Allora esiste un intorno di x_o tale che $f'(x_o)(x - x_o) \geq 0$ per ogni x appartenente all'intorno (2) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di massimo. Allora $\exists \delta > 0 : x \in (x_o - \delta, x_o + \delta) \Rightarrow f'(x_o)(x - x_o) < 0$ (3) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di minimo e $f'(x_o) = 0$. Allora $f''(x_o) > 0$ (si assume che in x_o la funzione ha un minimo se esiste un intorno $(x_o - \delta, x_o + \delta)$ tale che $f(x) \geq f(x_o)$ per $x \in (x_o - \delta, x_o + \delta)$ e viceversa per il massimo) (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

A (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera **B** (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera **C** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa **D** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa **E** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera **F** (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 7 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è monotona è invertibile (3) se f è continua e monotona è derivabile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

A (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera **B** (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa **C** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera **D** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera **E** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa **F** (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 8 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+2} - 2(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

A $a = 0$ **B** $a = 3$ **C** $a = 1$ **D** $a = -1$ **E** $a = -2$ **F** $a = 2$

Quesito n. 9 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = e^{\sqrt{x}}$, $f_2(x) = e^{\ln^2 x}$, $f_3(x) = x^{\sqrt{x}}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

A $f_3 < f_1 < f_2$ **B** $f_2 < f_1 < f_3$ **C** $f_3 < f_2 < f_1$ **D** $f_1 < f_2 < f_3$ **E** $f_2 < f_3 < f_1$ **F** $f_1 < f_3 < f_2$

Quesito n. 10 Sia data la funzione $f(x) = (x^x)^{3x}$. Allora $\frac{f'(x)}{3xf(x)}$ è uguale a:

A $3 \ln(2x) + 1$ **B** $2 \ln(2x) + 1$ **C** $2 \ln x + 1$ **D** $2 \ln(3x) + 1$ **E** $3 \ln x + 1$ **F** $4 \ln x + 1$

Quesito n. 11 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2) \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2)$. Sia $G = \{y = g(x): x \in (1, 2)\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

A G ammette massimo **B** G ammette estremo inferiore ma non superiore **C** G ammette estremo superiore e inferiore **D** G ammette estremo superiore ma non inferiore **E** G può essere illimitato **F** G ammette minimo

Quesito n. 12 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$, derivabile con derivata continua nel suo dominio, che vale zero per $1 \leq x \leq 2$. Allora $f(x)$ è costante su $[0, 3]$. (2) Data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile due volte, se la funzione è strettamente convessa in $\mathbf{R}$ allora $g''(x) \geq 0$ per ogni x (3) È data una funzione $h: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow b^-} h'(x) = +\infty$. Allora $\lim_{x \rightarrow b^-} h(x) = +\infty$.

A (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera **B** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera **C** (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera **D** (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa **E** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera **F** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 13 Sia $f(x) = \ln(1+x) - \sin x + \alpha x^2 + \beta x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

A $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -\frac{1}{2}$ **B** $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -1$ **C** $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 1$ **D** $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}$ **E** $\alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}$ **F** $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$

Quesito n. 14 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \ln(1+x) - x e^{\frac{1}{2}x}}{3x^4 + (1 - \cos x)}$ è uguale a:

☐ A -1 ☐ B $+\infty$ ☐ C -2 ☐ D 0 ☐ E 1 ☐ F non esiste

Quesito n. 15 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{2x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

☐ A $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ B $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ C $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ D $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ E $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ F $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$

Quesito n. 16 Sia $f(x) = \ln(3 + 5 \sin x + 4 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

☐ A $\frac{5}{9}$ ☐ B $\frac{5}{4}$ ☐ C $\frac{5}{6}$ ☐ D 1 ☐ E $\frac{5}{7}$ ☐ F $\frac{5}{3}$

Compito n.18 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

--

Compito n.19 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 La funzione $\sqrt{\frac{|x^2(x-1)|}{|x+1|}}$ ha

☐ A in 1 un punto angoloso e in 0 la funzione è derivabile ☐ B in 1 un punto angoloso e in 0 un punto angoloso ☐ C in 1 una cuspid e in 0 una cuspid e ☐ D in 1 la funzione è derivabile e in 0 una cuspid e ☐ E in 1 una cuspid e in 0 un punto angoloso ☐ F in 1 una cuspid e in 0 la funzione è derivabile

Quesito n. 2 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ monotona strettamente crescente e derivabile. Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$ (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} g'(x) = 0$. (3) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora se esiste $\lim_{x \rightarrow +\infty} g'(x)$ esso è 0.

☐ A (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ C (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ D (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ F (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 3 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste $x_0 \in [a, b]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ (2) se f è invertibile è monotona (3) se f è derivabile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ A (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ B (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ C (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ D (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ F (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 4 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = \frac{e^{\sin x} - 1}{\cos x - 1}$, $f_2(x) = (1+x)^{\frac{1}{x^2}}$, $f_3(x) = \frac{1}{\ln x}(1+x^2)^{\frac{1}{2}}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

☐ A $f_3 < f_1 < f_2$ ☐ B $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ C $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ D $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ E $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ F $f_1 < f_2 < f_3$

Quesito n. 5 Sia $f(x) = \beta - \frac{1}{2}x \sin x - \cos x + \alpha x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

☐ A $\alpha = 2, \beta = 1$ ☐ B $\alpha = \frac{5}{12}, \beta = 2$ ☐ C $\alpha = \frac{5}{24}, \beta = 1$ ☐ D $\alpha = -1, \beta = 0$ ☐ E $\alpha = 1, \beta = -1$ ☐ F $\alpha = -\frac{1}{24}, \beta = 1$

Quesito n. 6 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x} - (\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

☐ A $a = 0$ ☐ B $a = -1$ ☐ C $a = 1$ ☐ D $a = -2$ ☐ E $a = 2$ ☐ F $a = 3$

Quesito n. 7 Sia data la funzione $f(x) = ((3x)^x)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{xf(x)}$ è uguale a:

☐ A $4 \ln x + 1$ ☐ B $2 \ln x + 1$ ☐ C $2 \ln(2x) + 1$ ☐ D $3 \ln x + 1$ ☐ E $2 \ln(3x) + 1$ ☐ F $3 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 8 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è monotona è limitata (2) se f è continua è limitata (3) se f è monotona è continua. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ A (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ B (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ C (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ D (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ F (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 9 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2} \sin x - x}{\tan x - \sin x}$

☐ A $-\frac{1}{2}$ ☐ B $\frac{5}{3}$ ☐ C $\frac{2}{3}e$ ☐ D $\frac{1}{4}$ ☐ E $-\infty$ ☐ F 0

Quesito n. 10 (1) Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile in (a, b) sia $f'(x_0) = 0$, $x_0 \in (a, b)$. Allora x_0 è un punto di massimo oppure di minimo oppure di flesso a tangente orizzontale (2) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Allora $f(x)$ è crescente sul suo dominio (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Allora $\frac{f(x)-f(0)}{x^{1/2}} = o(1)$ per $x \rightarrow 0^+$ (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

☐ A (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ B (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ C (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ D (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ F (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 11 La funzione $f(x) = \begin{cases} |x^2 + x| & -2 \leq x \leq 0 \\ \left| \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

☐ A esattamente quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale, un asintoto obliquo ☐ B non più di tre punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ C non più di sei punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale e un asintoto obliquo ☐ D esattamente cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo ☐ E non più di quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo ☐ F non più di sei punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo

Quesito n. 12 Sia $f(x) = \ln(7 + 9 \sin x + 5 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

☐ A $\frac{3}{4}$ ☐ B $\frac{3}{7}$ ☐ C $\frac{1}{3}$ ☐ D 1 ☐ E $\frac{3}{5}$ ☐ F $\frac{1}{2}$

Quesito n. 13 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = x^{x \ln x}$, $g(x) = (\ln x)^{x^2}$ e $h(x) = 2^{e^x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

☐ A $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ B $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ ☐ C $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ D $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ ☐ E $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ ☐ F $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$

Quesito n. 14 Sia $f(x) = \arctan \frac{x-2}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- ☐ A $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ B $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ C $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ D $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ E $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ F $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$

Quesito n. 15 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2) \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2)$. Sia $G = \{y = g(x): x \in [1, 2)\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A G ammette minimo ma non massimo ☐ B G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ C G non ammette estremo superiore nè inferiore ☐ D G non ammette minimo ☐ E G può essere illimitato ☐ F G ammette massimo

Quesito n. 16 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)(1-\sin 2x) - 2x}{x^2 + \sin x^2}$ è uguale a:

- ☐ A 4 ☐ B 0 ☐ C 2 ☐ D non esiste ☐ E -3 ☐ F $+\infty$

Compito n.19 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.20 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{2x-1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- ☐ A $-\frac{3}{5x^2-2x+2}$ ☐ B $-\frac{3}{2x^2-2x+5}$ ☐ C $\frac{3}{5x^2-2x+2}$ ☐ D $\frac{3}{2x^2-2x+5}$ ☐ E $\frac{1}{5x^2+6x+2}$ ☐ F $-\frac{1}{5x^2+6x+2}$

Quesito n. 2 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos^2 x - e^{x^2} + 1}{x^2 \sin^2 x}$

- ☐ A $-\frac{1}{4}$ ☐ B $+\infty$ ☐ C $-\frac{3}{2}$ ☐ D 0 ☐ E $-\frac{1}{2}$ ☐ F $\frac{1}{2}$

Quesito n. 3 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)(1-\sin x) - 2x}{\sin^2 x + \sin x^2}$ è uguale a:

- ☐ A $\frac{2}{3}$ ☐ B non esiste ☐ C 2 ☐ D 1 ☐ E $+\infty$ ☐ F -2

Quesito n. 4 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+1} + 3(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- ☐ A $a = 0$ ☐ B $a = 2$ ☐ C $a = -2$ ☐ D $a = -1$ ☐ E $a = 1$ ☐ F $a = 3$

Quesito n. 5 La funzione $\sqrt{|\cos x(1 - \cos x)|}$ ha

- ☐ A in $-\frac{\pi}{2}$ la funzione è derivabile e 0 è un punto di cuspidità ☐ B $-\frac{\pi}{2}$ un punto di cuspidità e 0 un punto di cuspidità ☐ C $-\frac{\pi}{2}$ una cuspidità e 0 un punto angoloso ☐ D in $-\frac{\pi}{2}$ la funzione è derivabile e 0 è un punto angoloso ☐ E $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso e 0 un punto angoloso ☐ F $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso in 0 e la funzione è derivabile

Quesito n. 6 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ che in $x = x_0$ ha un massimo. Allora la funzione è derivabile in $x = x_0$ e la derivata vale zero. (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile che in x_0 ha un flesso con derivata prima nulla. Allora $g''(x_0)$ esiste e vale zero (3) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ convessa. Allora f' esiste ed è crescente

- ☐ A (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ B (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ C (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ D (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ E (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 7 Sia $f(x) = \ln^2(1+x) - x^2 + \alpha x^3 + \beta x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- ☐ A $\alpha = \frac{7}{8}, \beta = 1$ ☐ B $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$ ☐ C $\alpha = 1, \beta = -2$ ☐ D $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -1$ ☐ E $\alpha = -\frac{11}{12}, \beta = 1$ ☐ F $\alpha = 1, \beta = -\frac{11}{12}$

Quesito n. 8 La funzione $f(x) = \begin{cases} |\cos x| & -\pi \leq x \leq 0 \\ -x^2 + x^3 & 0 < x \leq 2 \end{cases}$ ha

- ☐ A esattamente cinque punti di estremo ☐ B esattamente un punto di estremo ☐ C esattamente quattro punti di estremo ☐ D esattamente sei punti di estremo ☐ E esattamente tre punti di estremo ☐ F esattamente due punti di estremo

Quesito n. 9 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua è monotona (3) se f è derivabile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ C (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ D nessuna delle altre risposte è esatta ☐ E (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 10 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua ed invertibile allora f^{-1} è continua (3) se f è continua e invertibile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ C (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ D (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ E (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 11 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente decrescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A G può essere illimitato ☐ B G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ C G ammette estremo superiore ma non inferiore ☐ D G non ammette massimo ☐ E G è limitato ☐ F G non ammette minimo

Quesito n. 12 (1) Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile in (a, b) , $x_0 \in (a, b)$ è un punto di massimo oppure di minimo; allora $f'(x_0) = 0$. (2) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Allora $f(x)$ è crescente sul suo dominio (3) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- ☐ A (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ C (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ D (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ F (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 13 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = \frac{\sin x^2}{\tan(x^{\frac{2}{3}})}$, $f_2(x) = \frac{\ln(\cos x^2)}{-\sqrt{\cos x + 1}}$,

$f_3(x) = \frac{\cos(\sin x) - 1}{\sin x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

- ☐ A $f_3 < f_1 < f_2$ ☐ B $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ C $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ D $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ E $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ F $f_1 < f_2 < f_3$

Quesito n. 14 Sia $f(x) = \ln(8 + 5 \sin x + \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

- ☐ A $\frac{5}{6}$ ☐ B $\frac{5}{7}$ ☐ C $\frac{5}{3}$ ☐ D 1 ☐ E $\frac{5}{4}$ ☐ F $\frac{5}{9}$

Quesito n. 15 Date le funzioni f , g e h definite da $f(x) = \sqrt{e^{x^2} + x^x}$, $g(x) = (2x)^x$ e $h(x) = x^{2x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

☐ $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ ☐ $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ ☐ $f(x) = o(h(x))$
e $h(x) = o(g(x))$ ☐ $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$

Quesito n. 16 Sia data la funzione $f(x) = (x^x)^{2x}$. Allora $\frac{f'(x)}{2xf(x)}$ è uguale a:

☐ $2 \ln(2x) + 1$ ☐ $2 \ln x + 1$ ☐ $2 \ln(3x) + 1$ ☐ $4 \ln x + 1$ ☐ $3 \ln x + 1$ ☐ $3 \ln(2x) + 1$

Compito n.20 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale: ☐

Compito n.21 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = xe^{-1/x}$, $f_2(x) = e^{-1/x^2}$, $f_3(x) = x^{1/x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

[A] $f_3 < f_1 < f_2$ [B] $f_3 < f_2 < f_1$ [C] $f_2 < f_1 < f_3$ [D] $f_1 < f_2 < f_3$ [E] $f_1 < f_3 < f_2$ [F] $f_2 < f_3 < f_1$

Quesito n. 2 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)(1-\sin x) - 2x}{\sin^2 x + \sin x^2}$ è uguale a:

[A] non esiste [B] 1 [C] -2 [D] $+\infty$ [E] $\frac{2}{3}$ [F] 2

Quesito n. 3 Sia $f(x) = \ln(3 + 5 \sin x + 4 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

[A] $\frac{5}{9}$ [B] $\frac{5}{6}$ [C] 1 [D] $\frac{5}{4}$ [E] $\frac{5}{7}$ [F] $\frac{5}{3}$

Quesito n. 4 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è monotona è limitata (2) se f è monotona è invertibile (3) se f è derivabile e invertibile allora $f' \neq 0$ per ogni x . Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [F] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 5 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste x_0 appartenente al dominio della funzione per cui $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(3) + f(0))$ (2) se $f'(x) \geq 0$ allora la funzione è crescente (3) se f è invertibile e continua è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [F] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 6 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \ln(1 + x^x)$, $g(x) = \ln(1 + x^2)$ e $h(x) = \sqrt{\ln(1 + e^{x^3})}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

[A] $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ [B] $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ [C] $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ [D] $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ [E] $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ [F] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$

Quesito n. 7 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x) : x \in (1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] G ammette massimo e minimo [B] G non ammette estremo superiore nè inferiore [C] G ammette estremo inferiore ma non superiore [D] G ammette minimo [E] G ammette massimo ma non minimo [F] G può essere illimitato

Quesito n. 8 La funzione $\sqrt{|\cos x(1 - \cos x)|}$ ha

[A] $\frac{\pi}{2}$ un punto di cuspid e 0 un punto di cuspid [B] $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e 0 un punto angoloso [C] in $\frac{\pi}{2}$ la funzione è derivabile e 0 è un punto di cuspid [D] $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso e 0 un punto angoloso [E] in $\frac{\pi}{2}$ la funzione è derivabile e 0 è un punto angoloso [F] $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso in 0 e la funzione è derivabile

Quesito n. 9 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x - x \tan x}{(1 - \cos x)^2}$

[A] $\frac{1}{3}$ [B] $\frac{1}{2}$ [C] $\frac{4}{3}$ [D] 1 [E] $\frac{2}{3}$ [F] 0

Quesito n. 10 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+2} - 2(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

[A] $a = -2$ [B] $a = -1$ [C] $a = 1$ [D] $a = 0$ [E] $a = 2$ [F] $a = 3$

Quesito n. 11 La funzione $f(x) = \begin{cases} |\cos x| & -\pi \leq x \leq 0 \\ |-x^2 + x^3| & 0 < x \leq 2 \end{cases}$ ha

[A] esattamente cinque punti di estremo [B] esattamente tre punti di estremo [C] esattamente quattro punti di estremo [D] esattamente sei punti di estremo [E] esattamente un punto di estremo [F] esattamente due punti di estremo

Quesito n. 12 Sia $f(x) = \arctan \frac{2x+1}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

[A] $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [B] $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [C] $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ [D] $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ [E] $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [F] $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$

Quesito n. 13 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = +\infty$. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (2) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x)$ non esiste. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (3) È data una funzione $h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $h'(x)$ è illimitata inferiormente. Allora si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty$

[A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [F] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 14 Sia $f(x) = e^{2x} - e^{-2x} + \alpha x + \beta x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

[A] $\alpha = -4, \beta = -1$ [B] $\alpha = -2, \beta = -\frac{8}{3}$ [C] $\alpha = -4, \beta = 0$ [D] $\alpha = -4, \beta = -2$ [E] $\alpha = -4, \beta = -\frac{8}{3}$ [F] $\alpha = 1, \beta = -\frac{8}{3}$

Quesito n. 15 Sia data la funzione $f(x) = ((2x)^x)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{xf(x)}$ è uguale a:

- ☐ A $2 \ln(3x) + 1$ ☐ B $4 \ln x + 1$ ☐ C $3 \ln(2x) + 1$ ☐ D $2 \ln x + 1$ ☐ E $3 \ln x + 1$ ☐ F $2 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 16 (1) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che in $x_o \in [0, 1]$ la funzione ha un minimo. Allora $f'(x_o) = 0$
 (2) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione tale che in $x_o \in [0, 1]$ ha un minimo. Allora f è derivabile in x_o . (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- ☐ A (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ B (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ C (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ D (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ E (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Compito n.21 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.22 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \sqrt{e^{x^2} + x^x}$, $g(x) = (2x)^x$ e $h(x) = x^{2x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

- [A] $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ [B] $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ [C] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ [D] $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ [E] $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ [F] $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$

Quesito n. 2 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è allora esiste $x_0 \in [a, b]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ (2) se f è invertibile è monotona (3) se f è derivabile è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [D] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 3 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile monotona strettamente crescente tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Può aversi $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$. (2) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile monotona strettamente crescente tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Può aversi $f'(x) = 0$ su di un insieme illimitato (3) È data una funzione $h: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile per cui la derivata prima è una funzione strettamente crescente. Allora h ha la concavità rivolta verso l'alto

- [A] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 4 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{2x-1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- [A] $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [B] $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [C] $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [D] $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ [E] $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [F] $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$

Quesito n. 5 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x} + (\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- [A] $a = 0$ [B] $a = 1$ [C] $a = 2$ [D] $a = -2$ [E] $a = 3$ [F] $a = -1$

Quesito n. 6 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = x^x$, $f_2(x) = e^{x\sqrt{\ln x}}$, $f_3(x) = x^{\sqrt{x+2x}}$ (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

- [A] $f_2 < f_1 < f_3$ [B] $f_3 < f_1 < f_2$ [C] $f_2 < f_3 < f_1$ [D] $f_1 < f_3 < f_2$ [E] $f_1 < f_2 < f_3$ [F] $f_3 < f_2 < f_1$

Quesito n. 7 Sia data la funzione $f(x) = (x^x)^{3x}$. Allora $\frac{f'(x)}{3xf(x)}$ è uguale a:

- [A] $3 \ln(2x) + 1$ [B] $2 \ln(3x) + 1$ [C] $2 \ln x + 1$ [D] $3 \ln x + 1$ [E] $4 \ln x + 1$ [F] $2 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 8 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2} \sin x - x}{\tan x - \sin x}$

- [A] 0 [B] $\frac{2}{3}e$ [C] $\frac{1}{4}$ [D] $\frac{5}{3}$ [E] $-\frac{1}{2}$ [F] $-\infty$

Quesito n. 9 La funzione $\sqrt{|\cos x(1 + \cos x)|}$ ha

- [A] in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e in π una cuspid e [B] in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e in π un punto angoloso [C] in π una cuspid e [D] in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso [E] in π un punto in cui la funzione è derivabile [F] in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso e in π un punto angoloso

Quesito n. 10 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \ln(1+x)}{\sin^2 x + (1 - \cos x)}$ è uguale a:

- [A] $\frac{1}{2}$ [B] $-\frac{1}{3}$ [C] 1 [D] 0 [E] non esiste [F] $+\infty$

Quesito n. 11 (1) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(1/2) = 0$. Allora $\frac{f(x) - f(\frac{1}{2})}{\sqrt{x - \frac{1}{2}}} = o(1)$ per $x \rightarrow \frac{1}{2}^+$ (2) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x = 0$ è un minimo. Allora $f'(0^+) = 0$ (la derivata destra in $x = 0$ vale zero). (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- [A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [E] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [F] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 12 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A] G ammette massimo [B] G ammette estremo inferiore ma non superiore [C] G ammette minimo ma non massimo [D] G non ammette estremo superiore nè inferiore [E] G non ammette minimo [F] G può essere illimitato

Quesito n. 13 La funzione $f(x) = \begin{cases} |x^2 - x| & 0 \leq x \leq 2 \\ -xe^x & x < 0 \end{cases}$ ha

- [A] esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, un asintoto obliquo [B] non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale e un asintoto obliquo [C] non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo [D] esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo [E] non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo [F] esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed uno obliquo

Quesito n. 14 Sia $f(x) = \ln(1+x) - \sin x + \alpha x^2 + \beta x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- ☐ A $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 1$ ☐ B $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$ ☐ C $\alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}$ ☐ D $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -\frac{1}{2}$ ☐ E $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -1$ ☐ F $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}$

Quesito n. 15 Sia $f(x) = \ln(7 + 8 \sin x + 9 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

- ☐ A $\frac{1}{3}$ ☐ B $\frac{3}{4}$ ☐ C $\frac{3}{5}$ ☐ D $\frac{1}{2}$ ☐ E $\frac{3}{7}$ ☐ F 1

Quesito n. 16 Data una funzione $f: [0, 1) \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ sia $g(x): [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ la f ristretta all'intervallo $[2, 3]$ ($g(x) = f|_{[2,3]}$). Si consideri: **(1)** se f è continua allora esiste (finito o infinito) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ **(2)** se f è continua ed invertibile allora $g(x)$ è monotona
(3) se f è strettamente monotona è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A **(1)** è vera, **(2)** è vera e **(3)** è falsa ☐ B **(1)** è falsa, **(2)** è vera e **(3)** è vera ☐ C **(1)** è falsa, **(2)** è falsa e **(3)** è vera ☐ D **(1)** è falsa, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa ☐ E **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è vera ☐ F **(1)** è vera, **(2)** è falsa e **(3)** è falsa

Compito n.22 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.23 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05**Quesito n. 1** La funzione $\arctan(x|x-1|)^{1/3}$ ha

[A] in 1 un flesso a tangente verticale e in 0 un punto angoloso [B] in 1 una cuspid e in 0 un flesso a tangente verticale [C] in 0 una cuspid e in 1 un flesso a tangente verticale [D] in 0 un punto in cui la funzione è derivabile [E] in 1 una cuspid e in 0 una cuspid e [F] in 1 un punto angoloso e in 0 un punto angoloso

Quesito n. 2 La funzione $f(x) = \begin{cases} -x^2 e^{-x^2} & x \leq 0 \\ \left| \frac{1}{x} + 8x - 6 \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

[A] non più di tre punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo [B] non più di cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo [C] non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed uno obliquo [D] almeno cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo [E] non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo [F] esattamente tre punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo

Quesito n. 3 (1) Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile in (a, b) sia $f'(x_o) = 0$, $x_o \in (a, b)$. Allora x_o è un punto di massimo oppure di minimo oppure di flesso a tangente orizzontale (2) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Allora $f(x)$ è crescente sul suo dominio (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Allora $\frac{f(x)-f(0)}{x^{1/2}} = o(1)$ per $x \rightarrow 0^+$ (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

[A] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 4 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è monotona è limitata (2) se f è monotona è invertibile (3) se f è derivabile e invertibile allora $f' \neq 0$ per ogni x . Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa [E] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 5 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] G è limitato [B] G non ammette massimo [C] G non ammette minimo [D] G ammette estremo inferiore ma non superiore [E] G ammette estremo superiore ma non inferiore [F] G può essere illimitato

Quesito n. 6 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = xe^{-1/x}$, $f_2(x) = e^{-1/x^2}$, $f_3(x) = x^{1/x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

[A] $f_2 < f_3 < f_1$ [B] $f_3 < f_2 < f_1$ [C] $f_3 < f_1 < f_2$ [D] $f_1 < f_3 < f_2$ [E] $f_2 < f_1 < f_3$ [F] $f_1 < f_2 < f_3$

Quesito n. 7 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste x_0 appartenente al dominio della funzione per cui $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(3) + f(0))$ (2) se $f'(x) \geq 0$ allora la funzione è crescente (3) se f è invertibile e continua è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [E] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 8 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x} - (\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

[A] $a = 2$ [B] $a = -1$ [C] $a = 1$ [D] $a = 0$ [E] $a = 3$ [F] $a = -2$

Quesito n. 9 Sia $f(x) = \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + \cos x + \beta + \alpha x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

[A] $\alpha = -\frac{1}{4}$, $\beta = -1$ [B] $\alpha = \frac{1}{3}$, $\beta = 1$ [C] $\alpha = -\frac{1}{3}$, $\beta = 1$ [D] $\alpha = \frac{5}{24}$, $\beta = -1$ [E] $\alpha = -\frac{7}{24}$, $\beta = -1$ [F] $\alpha = \frac{1}{3}$, $\beta = 1$

Quesito n. 10 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty$. Allora $\lim_{x \rightarrow b^-} f'(x) = +\infty$. (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora non è detto che sia definitivamente positiva oppure negativa (3) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $|f'(x)|$ è illimitata. Allora $f(x)$ è illimitata.

[A] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [D] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [E] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 11 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \ln(1+x) - xe^{\frac{1}{2}x}}{3x^4 + (1 - \cos x)}$ è uguale a:

[A] -2 [B] 0 [C] 1 [D] $+\infty$ [E] non esiste [F] -1

Quesito n. 12 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \ln(1+x^2)$, $g(x) = \ln(1+x^2)$ e $h(x) = \sqrt{\ln(1+e^{x^3})}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

[A] $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ [B] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ [C] $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ [D] $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ [E] $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ [F] $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$

Quesito n. 13 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} \cos x - e^{x^2} + \frac{5}{2}x^2}{x \sin^3 x}$

- ☐ A $\frac{2}{3}$ ☐ B $-\frac{1}{2}$ ☐ C $\frac{7}{5}$ ☐ D $\frac{2}{7}$ ☐ E $\frac{13}{24}$ ☐ F $\frac{1}{2}$

Quesito n. 14 Sia data la funzione $f(x) = ((3x)^x)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{xf(x)}$ è uguale a:

- ☐ A $2 \ln(2x) + 1$ ☐ B $2 \ln(3x) + 1$ ☐ C $4 \ln x + 1$ ☐ D $3 \ln x + 1$ ☐ E $2 \ln x + 1$ ☐ F $3 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 15 Sia $f(x) = \ln(3 + 5 \sin x + 4 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

- ☐ A $\frac{5}{4}$ ☐ B $\frac{5}{7}$ ☐ C 1 ☐ D $\frac{5}{3}$ ☐ E $\frac{5}{9}$ ☐ F $\frac{5}{6}$

Quesito n. 16 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{2x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- ☐ A $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ B $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ C $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ D $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ E $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ F $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$

Compito n.23 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.24 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente decrescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x) : x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A G è limitato ☐ B G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ C G non ammette minimo ☐ D G non ammette massimo
☐ E G può essere illimitato ☐ F G ammette estremo superiore ma non inferiore

Quesito n. 2 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = +\infty$. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (2) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x)$ non esiste. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (3) È data una funzione $h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $h'(x)$ è illimitata inferiormente. Allora si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty$

- ☐ A (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ C (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ D (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ F (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 3 Sia $f(x) = \beta - \frac{1}{2}x \sin x - \cos x + \alpha x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- ☐ A $\alpha = -1, \beta = 0$ ☐ B $\alpha = -\frac{1}{24}, \beta = 1$ ☐ C $\alpha = \frac{5}{24}, \beta = 1$ ☐ D $\alpha = 1, \beta = -1$ ☐ E $\alpha = 2, \beta = 1$ ☐ F $\alpha = \frac{5}{12}, \beta = 2$

Quesito n. 4 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \ln(\ln x)$, $g(x) = \ln^2 x$ e $h(x) = \sqrt{\ln x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

- ☐ A $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ B $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ ☐ C $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ D $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ ☐ E $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ ☐ F $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$

Quesito n. 5 Sia data la funzione $f(x) = (x^{x^3})^x$. Allora $\frac{f'(x)}{x^3 f(x)}$ è uguale a:

- ☐ A $4 \ln x + 1$ ☐ B $2 \ln x + 1$ ☐ C $3 \ln x + 1$ ☐ D $3 \ln(2x) + 1$ ☐ E $2 \ln(3x) + 1$ ☐ F $2 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 6 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è allora esiste $x_0 \in [a, b]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ (2) se f è invertibile è monotona (3) se f è derivabile è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ B (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ C (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ D (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ E (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ F (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 7 La funzione $\sqrt{|\sin x(1 + \sin x)|}$ ha

- ☐ A in $-\pi$ una cuspide e in $-\frac{\pi}{2}$ una cuspide ☐ B in $-\pi$ un punto angoloso ☐ C in $-\frac{\pi}{2}$ una cuspide ☐ D in $-\frac{\pi}{2}$ un punto in cui la funzione è derivabile ☐ E in $-\pi$ una cuspide e in $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso ☐ F in $-\pi$ un punto angoloso e in $-\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso

Quesito n. 8 Sia $f(x) = \ln(2 + 14 \sin x + 4 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

- ☐ A $\frac{7}{5}$ ☐ B $\frac{7}{9}$ ☐ C $\frac{7}{4}$ ☐ D $\frac{7}{3}$ ☐ E $\frac{7}{6}$ ☐ F 1

Quesito n. 9 La funzione $f(x) = \begin{cases} |x^2 + x| & -2 \leq x \leq 0 \\ \left| \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

- ☐ A esattamente cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo ☐ B non più di quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo ☐ C non più di sei punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo ☐ D non più di sei punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale e un asintoto obliquo ☐ E esattamente quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale, un asintoto obliquo ☐ F non più di tre punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo

Quesito n. 10 Sia $f(x) = \arctan \frac{2x+1}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- ☐ A $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ B $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ C $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ D $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ E $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ F $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$

Quesito n. 11 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x} + (\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- ☐ A $a = 0$ ☐ B $a = -2$ ☐ C $a = 1$ ☐ D $a = 3$ ☐ E $a = 2$ ☐ F $a = -1$

Quesito n. 12 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x - x \tan x}{(1 - \cos x)^2}$

- ☐ A $\frac{4}{3}$ ☐ B 1 ☐ C $\frac{1}{2}$ ☐ D 0 ☐ E $\frac{2}{3}$ ☐ F $\frac{1}{3}$

Quesito n. 13 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - \ln(1+x)}{\sin^2 x + (1 - \cos x)}$ è uguale a:

- ☐ A $\frac{1}{2}$ ☐ B non esiste ☐ C 0 ☐ D $+\infty$ ☐ E 1 ☐ F $-\frac{1}{3}$

Quesito n. 14 (1) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in [a, b]$ è un punto di massimo. Allora esiste un intorno di x_o tale che $f'(x_o)(x - x_o) \leq 0$ per ogni x appartenente all'intorno (2) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di massimo. Allora $\exists \delta > 0 : x \in (x_o - \delta, x_o + \delta) \Rightarrow f'(x_o)(x - x_o) < 0$ (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Allora $f(x) - f(0) - f'(0)x = o(x)$ per $x \rightarrow 0^+$ (si assume che in x_o la funzione ha un minimo se esiste un intorno $(x_o - \delta, x_o + \delta)$ tale che $f(x) \geq f(x_o)$ per $x \in (x_o - \delta, x_o + \delta)$ e viceversa per il massimo) (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 15 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = \frac{e^{\sin x^3} - 1}{\cos x - 1}$, $f_2(x) = (1 + x)^{\frac{-1}{x^2}}$, $f_3(x) = \frac{1}{\ln x}(1 + x^2)^{\frac{1}{x}}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

☐ $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ $f_1 < f_2 < f_3$ ☐ $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ $f_3 < f_1 < f_2$

Quesito n. 16 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ sia $g(x): [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ la f ristretta all'intervallo $[0, 1]$ ($g(x) = f|_{[0, 1]}$). Si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua ed invertibile allora $g(x)$ è monotona (3) se f è invertibile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Compito n.24 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.25 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Sia $f(x) = e^{2x} - e^{-2x} + \alpha x + \beta x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- ☐ $\alpha = -4, \beta = -\frac{8}{3}$ ☐ $\alpha = 1, \beta = -\frac{8}{3}$ ☐ $\alpha = -4, \beta = -1$ ☐ $\alpha = -2, \beta = -\frac{8}{3}$ ☐ $\alpha = -4, \beta = -2$ ☐ $\alpha = -4, \beta = 0$

Quesito n. 2 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = x^x$, $f_2(x) = e^{x\sqrt{\ln x}}$, $f_3(x) = x^{\sqrt{x+2x}}$ (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

- ☐ $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ $f_1 < f_2 < f_3$ ☐ $f_3 < f_1 < f_2$ ☐ $f_2 < f_3 < f_1$

Quesito n. 3 (1) Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile in (a, b) , $x_o \in (a, b)$ è un punto di massimo oppure di minimo; allora $f'(x_o) = 0$. (2) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Allora $f(x)$ è crescente sul suo dominio (3) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 4 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{x(e^{2x} - e^x - x)}$

- ☐ 0 ☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{2}{5}$ ☐ $-\frac{2}{9}$ ☐ $\frac{2}{9}$ ☐ $\frac{1}{2}$

Quesito n. 5 Sia data la funzione $f(x) = (x^x)^{2x}$. Allora $\frac{f'(x)}{2xf(x)}$ è uguale a:

- ☐ $3 \ln(2x) + 1$ ☐ $2 \ln(2x) + 1$ ☐ $2 \ln x + 1$ ☐ $2 \ln(3x) + 1$ ☐ $3 \ln x + 1$ ☐ $4 \ln x + 1$

Quesito n. 6 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ sia $g(x): [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ la f ristretta all'intervallo $[2, 3]$ ($g(x) = f|_{[2,3]}$). Si consideri: (1) se f è continua allora esiste (finito o infinito) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ (2) se f è continua ed invertibile allora $g(x)$ è monotona (3) se f è strettamente monotona è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 7 La funzione $\arctan(x|x-1|)^{1/3}$ ha

- ☐ in 1 un flesso a tangente verticale e in 0 un punto angoloso ☐ in 1 una cuspid e in 0 un flesso a tangente verticale ☐ in 0 una cuspid e in 1 un flesso a tangente verticale ☐ in 1 una cuspid e in 0 una cuspid ☐ in 1 un punto angoloso e in 0 un punto angoloso ☐ in 0 un punto in cui la funzione è derivabile

Quesito n. 8 La funzione $f(x) = \begin{cases} |\sin x| & -2\pi \leq x \leq 0 \\ xe^{-x} & 0 < x \end{cases}$ ha

- ☐ esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo ☐ esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale ☐ esattamente cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ☐ esattamente sei punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ☐ esattamente sei punti di estremo, un asintoto orizzontale un asintoto obliquo ☐ esattamente sei punti di estremo, un asintoto orizzontale

Quesito n. 9 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \ln(1+x) - xe^{\frac{1}{2}x}}{3x^4 + (1 - \cos x)}$ è uguale a:

- ☐ -1 ☐ -2 ☐ 1 ☐ $+\infty$ ☐ 0 ☐ non esiste

Quesito n. 10 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ G ammette minimo ma non massimo ☐ G ammette massimo ☐ G non ammette minimo ☐ G può essere illimitato ☐ G non ammette estremo superiore nè inferiore

Quesito n. 11 Sia $f(x) = \arctan \frac{2x-1}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- ☐ $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$

Quesito n. 12 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua è monotona (3) se f è monotona è continua. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 13 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+1} + 3(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- ☐ $a = 3$ ☐ $a = 2$ ☐ $a = -1$ ☐ $a = -2$ ☐ $a = 1$ ☐ $a = 0$

Quesito n. 14 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ monotona strettamente crescente e derivabile. Allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$ (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} g'(x) = 0$. (3) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora se esiste $\lim_{x \rightarrow +\infty} g'(x)$ esso è 0.

☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 15 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \sqrt{e^{x^2} + x^x}$, $g(x) = (2x)^x$ e $h(x) = x^{2x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

☐ $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ ☐ $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ ☐ $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ ☐ $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$

Quesito n. 16 Sia $f(x) = \ln(7 + 9 \sin x + 5 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{3}{7}$ ☐ $\frac{3}{4}$ ☐ 1 ☐ $\frac{1}{3}$

Compito n.25 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.26 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = e^{x^{3/2}/\ln^2 x}$, $f_2(x) = e^{x \ln(\ln x)}$, $f_3(x) = e^{\sqrt{x} \ln^4 x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

- [A] $f_3 < f_2 < f_1$ [B] $f_2 < f_3 < f_1$ [C] $f_1 < f_3 < f_2$ [D] $f_2 < f_1 < f_3$ [E] $f_3 < f_1 < f_2$ [F] $f_1 < f_2 < f_3$

Quesito n. 2 Sia $f(x) = \ln(3 + 8 \sin x + 7 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

- [A] $\frac{4}{3}$ [B] 1 [C] $\frac{4}{5}$ [D] $\frac{4}{9}$ [E] $\frac{3}{2}$ [F] $\frac{4}{7}$

Quesito n. 3 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos^2 x - e^{x^2} + 1}{x^2 \sin^2 x}$

- [A] $-\frac{1}{4}$ [B] $+\infty$ [C] $-\frac{3}{2}$ [D] $-\frac{1}{2}$ [E] $\frac{1}{2}$ [F] 0

Quesito n. 4 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = x^{x \ln x}$, $g(x) = (\ln x)^{x^2}$ e $h(x) = 2^{e^x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

- [A] $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ [B] $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ [C] $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ [D] $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ [E] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ [F] $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$

Quesito n. 5 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: [1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in [1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in [1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A] G ammette estremo superiore ma non inferiore [B] G è limitato [C] G non ammette massimo [D] G non ammette minimo [E] G ammette estremo inferiore ma non superiore [F] G può essere illimitato

Quesito n. 6 Sia $f(x) = \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + \cos x + \beta + \alpha x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- [A] $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = 1$ [B] $\alpha = \frac{5}{24}, \beta = -1$ [C] $\alpha = -\frac{1}{4}, \beta = -1$ [D] $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = 1$ [E] $\alpha = -\frac{7}{24}, \beta = -1$ [F] $\alpha = -\frac{1}{3}, \beta = 1$

Quesito n. 7 La funzione $\sqrt{|\cos x(1 + \cos x)|}$ ha

- [A] in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso e in π un punto angoloso [B] in π un punto in cui la funzione è derivabile [C] in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e in π una cuspid e [D] in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e in π un punto angoloso [E] in π una cuspid e [F] in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso

Quesito n. 8 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A–G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = +\infty$. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (2) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x)$ non esiste. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (3) È data una funzione $h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $h'(x)$ è illimitata inferiormente. Allora si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty$

- [A] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 9 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ sia $g(x): [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ la f ristretta all'intervallo $[0, 1]$ ($g(x) = f|_{[0, 1]}$). Si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua ed invertibile allora $g(x)$ è monotona (3) se f è invertibile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [B] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [D] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 10 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{2x-1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- [A] $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ [B] $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [C] $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ [D] $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ [E] $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ [F] $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$

Quesito n. 11 La funzione $f(x) = \begin{cases} |x^2 - x| & 0 \leq x \leq 2 \\ -xe^x & x < 0 \end{cases}$ ha

- [A] non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale e un asintoto obliquo [B] esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, un asintoto obliquo [C] non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo [D] non più di cinque punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo [E] esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo [F] esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed uno obliquo

Quesito n. 12 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+1} - 3(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- [A] $a = 1$ [B] $a = 3$ [C] $a = -1$ [D] $a = -2$ [E] $a = 2$ [F] $a = 0$

Quesito n. 13 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è allora esiste $x_0 \in [a, b]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ (2) se f è invertibile è monotona (3) se f è derivabile è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [D] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [F] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 14 Sia data la funzione $f(x) = ((3x)^x)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{xf(x)}$ è uguale a:

- ☐ A $4 \ln x + 1$ ☐ B $2 \ln x + 1$ ☐ C $3 \ln x + 1$ ☐ D $2 \ln(2x) + 1$ ☐ E $3 \ln(2x) + 1$ ☐ F $2 \ln(3x) + 1$

Quesito n. 15 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \ln(1+x)}{\sin^2 x + (1 - \cos x)}$ è uguale a:

- ☐ A non esiste ☐ B $-\frac{1}{3}$ ☐ C $+\infty$ ☐ D $\frac{1}{2}$ ☐ E 1 ☐ F 0

Quesito n. 16 (1) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in [a, b]$ è un punto di minimo. Allora esiste un intorno di x_o tale che $f'(x_o)(x - x_o) \geq 0$ per ogni x appartenente all'intorno (2) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di massimo. Allora $\exists \delta > 0 : x \in (x_o - \delta, x_o + \delta) \Rightarrow f'(x_o)(x - x_o) < 0$ (3) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_o \in (a, b)$ è un punto di minimo e $f'(x_o) = 0$. Allora $f''(x_o) > 0$ (si assume che in x_o la funzione ha un minimo se esiste un intorno $(x_o - \delta, x_o + \delta)$ tale che $f(x) \geq f(x_o)$ per $x \in (x_o - \delta, x_o + \delta)$ e viceversa per il massimo)) (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- ☐ A (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ B (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ C (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ D (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Compito n.26 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.27 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 La funzione $f(x) = \begin{cases} -x^2 e^{-x^2} & x \leq 0 \\ \left| \frac{1}{x} + 8x - 6 \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

- [A] almeno cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo [B] non più di cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo [C] non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo [D] non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed uno obliquo [E] esattamente tre punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo [F] non più di tre punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo

Quesito n. 2 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x} + (\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- [A] $a = 3$ [B] $a = 1$ [C] $a = 0$ [D] $a = -2$ [E] $a = -1$ [F] $a = 2$

Quesito n. 3 Sia $f(x) = \arctan \frac{2x+1}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- [A] $\frac{1}{5x^2+6x+2}$ [B] $-\frac{1}{5x^2+6x+2}$ [C] $\frac{3}{2x^2-2x+5}$ [D] $-\frac{3}{2x^2-2x+5}$ [E] $-\frac{3}{5x^2-2x+2}$ [F] $\frac{3}{5x^2-2x+2}$

Quesito n. 4 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = x^x$, $f_2(x) = e^{x\sqrt{\ln x}}$, $f_3(x) = x^{\sqrt{x+2x}}$ (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

- [A] $f_1 < f_2 < f_3$ [B] $f_3 < f_1 < f_2$ [C] $f_2 < f_3 < f_1$ [D] $f_3 < f_2 < f_1$ [E] $f_1 < f_3 < f_2$ [F] $f_2 < f_1 < f_3$

Quesito n. 5 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste $x_0 \in [0, 1]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(0) + f(1))$ (2) se f è continua allora esiste x_0 nel dominio tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(0) + f(3))$ (3) se f è strettamente monotona è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [D] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [E] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 6 La funzione $\sqrt{\frac{|x^2(x-1)|}{|x+1|}}$ ha

- [A] in 1 la funzione è derivabile e in 0 una cuspide [B] in 1 una cuspide e in 0 un punto angoloso [C] in 1 un punto angoloso e in 0 la funzione è derivabile [D] in 1 un punto angoloso e in 0 un punto angoloso [E] in 1 una cuspide e in 0 una cuspide [F] in 1 una cuspide e in 0 la funzione è derivabile

Quesito n. 7 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste $x_0 \in [a, b]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ (2) se f è invertibile è monotona (3) se f è derivabile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [E] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [F] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 8 (1) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_0 \in [a, b]$ è un punto di massimo. Allora esiste un intorno di x_0 tale che $f'(x_0)(x - x_0) \leq 0$ per ogni x appartenente all'intorno (2) sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x_0 \in (a, b)$ è un punto di massimo. Allora $\exists \delta > 0: x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta) \Rightarrow f'(x_0)(x - x_0) < 0$ (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile. Allora $f(x) - f(0) - f'(0)x = o(x)$ per $x \rightarrow 0^+$ (si assume che in x_0 la funzione ha un minimo se esiste un intorno $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ tale che $f(x) \geq f(x_0)$ per $x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ e viceversa per il massimo) (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- [A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [B] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [C] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [D] (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera [F] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 9 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ che in $x = x_0$ ha un massimo. Allora la funzione è derivabile in $x = x_0$ e la derivata vale zero. (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile che in x_0 ha un flesso con derivata prima nulla. Allora $g''(x_0)$ esiste e vale zero (3) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ convessa. Allora f' esiste ed è crescente

- [A] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera [B] (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa [C] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa [D] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera [E] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa [F] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 10 Sia data la funzione $f(x) = (x^x)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{x^2 f(x)}$ è uguale a:

- [A] $2 \ln(2x) + 1$ [B] $2 \ln x + 1$ [C] $3 \ln(2x) + 1$ [D] $3 \ln x + 1$ [E] $4 \ln x + 1$ [F] $2 \ln(3x) + 1$

Quesito n. 11 Sia $f(x) = \ln(7 + 8 \sin x + 9 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è uguale a

- [A] $\frac{3}{4}$ [B] $\frac{3}{5}$ [C] $\frac{3}{7}$ [D] $\frac{1}{2}$ [E] 1 [F] $\frac{1}{3}$

Quesito n. 12 Sia $f(x) = \ln^2(1+x) - x^2 + \alpha x^3 + \beta x^4$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- [A] $\alpha = 1, \beta = -\frac{11}{12}$ [B] $\alpha = -\frac{11}{12}, \beta = 1$ [C] $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$ [D] $\alpha = 1, \beta = -2$ [E] $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -1$ [F] $\alpha = \frac{7}{8}, \beta = 1$

Quesito n. 13 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente decrescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in (1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- [A] G può essere illimitato [B] G ammette estremo inferiore ma non superiore [C] G ammette minimo ma non massimo [D] G ammette massimo ma non minimo [E] G ammette massimo e minimo [F] G non ammette estremo superiore né inferiore

Quesito n. 14 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \sqrt{e^{x^2} + x^x}$, $g(x) = (2x)^x$ e $h(x) = x^{2x}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

☐ $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ ☐ $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ $h(x) = o(g(x))$
e $g(x) = o(f(x))$ ☐ $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ ☐ $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$

Quesito n. 15 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)(1-\sin x) - 2x}{\sin^2 x + \sin x^2}$ è uguale a:

☐ non esiste ☐ -2 ☐ 1 ☐ $+\infty$ ☐ 2 ☐ $\frac{2}{3}$

Quesito n. 16 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin^2 x - x \sin x}{(1 - \cos x)^2}$

☐ $+\infty$ ☐ -1 ☐ $-\frac{1}{3}$ ☐ 0 ☐ $-\frac{2}{3}$ ☐ $-\frac{3}{2}$

Compito n.27 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.28 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste x_0 appartenente al dominio della funzione per cui $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(3) + f(0))$ (2) se $f'(x) \geq 0$ allora la funzione è crescente (3) se f è invertibile e continua è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera **[B]** (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera **[C]** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera **[D]** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa **[E]** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa **[F]** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 2 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x) : x \in (1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] G ammette massimo ma non minimo **[B]** G ammette estremo inferiore ma non superiore **[C]** G ammette minimo **[D]** G non ammette estremo superiore nè inferiore **[E]** G può essere illimitato **[F]** G ammette massimo e minimo

Quesito n. 3 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = 2^{(x^x)}$, $g(x) = x^{(2^x)}$ e $h(x) = (2^x)^x$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

[A] $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ **[B]** $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ **[C]** $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ **[D]** $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ **[E]** $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ **[F]** $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$

Quesito n. 4 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos^2 x - e^{x^2} + 1}{x^2 \sin^2 x}$

[A] $+\infty$ **[B]** $\frac{1}{2}$ **[C]** $-\frac{3}{2}$ **[D]** $-\frac{1}{4}$ **[E]** $-\frac{1}{2}$ **[F]** 0

Quesito n. 5 Si ordinino secondo l'infinitesimo crescente per $x \rightarrow 0^+$ le seguenti funzioni $f_1(x) = xe^{-1/x}$, $f_2(x) = e^{-1/x^2}$, $f_3(x) = x^{1/x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f}{g} = 0$ ossia $f = o(g)$)

[A] $f_1 < f_3 < f_2$ **[B]** $f_2 < f_3 < f_1$ **[C]** $f_2 < f_1 < f_3$ **[D]** $f_3 < f_1 < f_2$ **[E]** $f_3 < f_2 < f_1$ **[F]** $f_1 < f_2 < f_3$

Quesito n. 6 (1) Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile in (a, b) , $x_0 \in (a, b)$ è un punto di massimo oppure di minimo; allora $f'(x_0) = 0$. (2) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Allora $f(x)$ è crescente sul suo dominio (3) sia $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

[A] (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera **[B]** (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera **[C]** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera **[D]** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa **[E]** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa **[F]** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 7 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A–G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = +\infty$. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (2) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) tale che $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x)$ non esiste. Allora $f'(a^+)$ non esiste in $\mathbf{R}$. (3) È data una funzione $h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $h'(x)$ è illimitata inferiormente. Allora si ha $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty$

[A] (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera **[B]** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera **[C]** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa **[D]** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera **[E]** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa **[F]** (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 8 La funzione $f(x) = \begin{cases} |\cos x| & -\pi \leq x \leq 0 \\ -x^2 + x^3 & 0 < x \leq 2 \end{cases}$ ha

[A] esattamente due punti di estremo **[B]** esattamente un punto di estremo **[C]** esattamente cinque punti di estremo **[D]** esattamente sei punti di estremo **[E]** esattamente tre punti di estremo **[F]** esattamente quattro punti di estremo

Quesito n. 9 Sia $f(x) = \ln(2 + 14 \sin x + 4 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

[A] $\frac{7}{6}$ **[B]** 1 **[C]** $\frac{7}{4}$ **[D]** $\frac{7}{3}$ **[E]** $\frac{7}{9}$ **[F]** $\frac{7}{5}$

Quesito n. 10 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+2} + 2(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

[A] $a = 3$ **[B]** $a = -2$ **[C]** $a = 2$ **[D]** $a = -1$ **[E]** $a = 0$ **[F]** $a = 1$

Quesito n. 11 Sia $f(x) = \arctan \frac{x+1}{x-2}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

[A] $-\frac{1}{5x^2+6x+2}$ **[B]** $-\frac{3}{5x^2-2x+2}$ **[C]** $\frac{1}{5x^2+6x+2}$ **[D]** $\frac{3}{5x^2-2x+2}$ **[E]** $-\frac{3}{2x^2-2x+5}$ **[F]** $\frac{3}{2x^2-2x+5}$

Quesito n. 12 Sia $f(x) = \cos x - e^{-\frac{x^2}{2}} + \alpha x^4 + \beta - \cos x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

[A] $\alpha = -1, \beta = \frac{1}{4}$ **[B]** $\alpha = \frac{3}{4}, \beta = 1$ **[C]** $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = \frac{1}{4}$ **[D]** $\alpha = \frac{1}{24}, \beta = \frac{1}{4}$ **[E]** $\alpha = \frac{1}{12}, \beta = 1$ **[F]** $\alpha = \frac{1}{4}, \beta = 1$

Quesito n. 13 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua è monotona (3) se f è derivabile è monotona. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

[A] (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa **[B]** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera **[C]** (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera **[D]** (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera **[E]** nessuna delle altre risposte è esatta **[F]** (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 14 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x)(1+\sin 2x) - 2x}{(e^x - 1)^2}$ è uguale a:

[A] 4 **[B]** -1 **[C]** 0 **[D]** 1 **[E]** $+\infty$ **[F]** non esiste

Quesito n. 15 Sia data la funzione $f(x) = (x^{x^3})^x$. Allora $\frac{f'(x)}{x^3 f(x)}$ è uguale a:

- ☐ A $2 \ln(2x) + 1$ ☐ B $3 \ln(2x) + 1$ ☐ C $3 \ln x + 1$ ☐ D $2 \ln x + 1$ ☐ E $2 \ln(3x) + 1$ ☐ F $4 \ln x + 1$

Quesito n. 16 La funzione $\sqrt{|\cos x(1 - \cos x)|}$ ha

- ☐ A $\frac{-\pi}{2}$ un punto angoloso in 0 e la funzione è derivabile ☐ B in $\frac{-\pi}{2}$ la funzione è derivabile e 0 è un punto angoloso ☐ C in $\frac{-\pi}{2}$ la funzione è derivabile e 0 è un punto di cuspidità ☐ D $\frac{-\pi}{2}$ un punto di cuspidità e 0 un punto di cuspidità ☐ E $\frac{-\pi}{2}$ un punto angoloso e 0 un punto angoloso ☐ F $\frac{-\pi}{2}$ una cuspidità e 0 un punto angoloso

Compito n.28 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale: ☐

Compito n.29 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \ln(1+x)}{\sin^2 x + (1 - \cos x)}$ è uguale a:

- ☐ A $\frac{1}{2}$ ☐ B 1 ☐ C $+\infty$ ☐ D 0 ☐ E non esiste ☐ F $-\frac{1}{3}$

Quesito n. 2 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua allora esiste $x_0 \in [0, 1]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(0) + f(1))$ (2) se f è continua allora esiste x_0 nel dominio tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(0) + f(3))$ (3) se f è strettamente monotona è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ C (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ D (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ E (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ F (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 3 La funzione $\arctan(x|x-1|)^{1/3}$ ha

- ☐ A in 0 una cuspid e in 1 un flesso a tangente verticale ☐ B in 1 una cuspid e in 0 una cuspid e ☐ C in 0 un punto in cui la funzione è derivabile ☐ D in 1 una cuspid e in 0 un flesso a tangente verticale ☐ E in 1 un punto angoloso e in 0 un punto angoloso ☐ F in 1 un flesso a tangente verticale e in 0 un punto angoloso

Quesito n. 4 La funzione $f(x) = \begin{cases} |\sin x| & -2\pi \leq x \leq 0 \\ xe^{-x} & 0 < x \end{cases}$ ha

- ☐ A esattamente sei punti di estremo, un asintoto orizzontale ☐ B esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale ☐ C esattamente sei punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ☐ D esattamente quattro punti di estremo, nessun asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale, un asintoto obliquo ☐ E esattamente sei punti di estremo, un asintoto orizzontale un asintoto obliquo ☐ F esattamente cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale

Quesito n. 5 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = (\sqrt{x})^{\ln x}$, $g(x) = (\ln x)^{\sqrt{x}}$ e $h(x) = x^{\sqrt{\ln x}}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

- ☐ A $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ ☐ B $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ ☐ C $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ D $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ E $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$ ☐ F $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$

Quesito n. 6 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente decrescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2]$. Sia $G = \{y = g(x): x \in (1, 2]\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A G ammette minimo ma non massimo ☐ B G ammette massimo ma non minimo ☐ C G ammette estremo inferiore ma non superiore ☐ D G può essere illimitato ☐ E G ammette massimo e minimo ☐ F G non ammette estremo superiore nè inferiore

Quesito n. 7 (1) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(1/2) = 0$. Allora $\frac{f(x) - f(\frac{1}{2})}{\sqrt{x - \frac{1}{2}}} = o(1)$ per $x \rightarrow \frac{1}{2}^+$ (2) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $x = 0$ è un minimo. Allora $f'(0^+) = 0$ (la derivata destra in $x = 0$ vale zero). (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

- ☐ A (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ B (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ C (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ D (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ E (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 8 Sia data la funzione $f(x) = ((2x)^x)^x$. Allora $\frac{f'(x)}{xf(x)}$ è uguale a:

- ☐ A $2 \ln x + 1$ ☐ B $2 \ln(3x) + 1$ ☐ C $4 \ln x + 1$ ☐ D $3 \ln(2x) + 1$ ☐ E $3 \ln x + 1$ ☐ F $2 \ln(2x) + 1$

Quesito n. 9 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è limitata (2) se f è continua è monotona (3) se f è monotona è continua. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

- ☐ A (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ B (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ C (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ D (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ F (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera

Quesito n. 10 Sia $f(x) = \ln(7 + 8 \sin x + 9 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

- ☐ A 1 ☐ B $\frac{1}{3}$ ☐ C $\frac{3}{7}$ ☐ D $\frac{3}{5}$ ☐ E $\frac{3}{4}$ ☐ F $\frac{1}{2}$

Quesito n. 11 Sia $f(x) = e^{2x} - e^{-2x} + \alpha x + \beta x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

- ☐ A $\alpha = -4, \beta = -2$ ☐ B $\alpha = -4, \beta = 0$ ☐ C $\alpha = -4, \beta = -\frac{8}{3}$ ☐ D $\alpha = 1, \beta = -\frac{8}{3}$ ☐ E $\alpha = -4, \beta = -1$ ☐ F $\alpha = -2, \beta = -\frac{8}{3}$

Quesito n. 12 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = e^{x^{3/2}/\ln^2 x}$, $f_2(x) = e^{x \ln(\ln x)}$, $f_3(x) = e^{\sqrt{x} \ln^4 x}$, (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

- ☐ A $f_3 < f_1 < f_2$ ☐ B $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ C $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ D $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ E $f_2 < f_3 < f_1$ ☐ F $f_1 < f_2 < f_3$

Quesito n. 13 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x} + (\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

- ☐ A $a = 2$ ☐ B $a = 1$ ☐ C $a = 3$ ☐ D $a = 0$ ☐ E $a = -1$ ☐ F $a = -2$

Quesito n. 14 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x - x \tan x}{(1 - \cos x)^2}$

- ☐ A 0 ☐ B $\frac{2}{3}$ ☐ C 1 ☐ D $\frac{4}{3}$ ☐ E $\frac{1}{3}$ ☐ F $\frac{1}{2}$

Quesito n. 15 Sia $f(x) = \arctan \frac{2x+1}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

- ☐ A $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ B $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ C $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ D $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ E $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ F $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$

Quesito n. 16 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile monotona strettamente crescente tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Può aversi $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$. (2) È data una funzione $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile monotona strettamente crescente tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Può aversi $f'(x) = 0$ su di un insieme illimitato. (3) È data una funzione $h: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile per cui la derivata prima è una funzione strettamente crescente. Allora h ha la concavità rivolta verso l'alto.

☐ A (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ B (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ C (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ D (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ E (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ F (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera

Compito n.29 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale:

Compito n.30 di Analisi Matematica 1, ing. Ambiente& Territorio, Energetica Meccanica, 02-12-05

Quesito n. 1 Si ordinino secondo l'infinito crescente per $x \rightarrow +\infty$ le seguenti funzioni $f_1(x) = x^x$, $f_2(x) = e^{x\sqrt{\ln x}}$, $f_3(x) = x^{\sqrt{x+2x}}$ (l'ordinamento va eseguito nel modo seguente: $g < f$ se $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f}{g} = +\infty$)

☐ $f_1 < f_3 < f_2$ ☐ $f_1 < f_2 < f_3$ ☐ $f_2 < f_1 < f_3$ ☐ $f_3 < f_2 < f_1$ ☐ $f_3 < f_1 < f_2$ ☐ $f_2 < f_3 < f_1$

Quesito n. 2 Si calcoli il seguente limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} \cos x - e^{x^2} + \frac{5}{2}x^2}{x \sin^3 x}$

☐ $-\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{7}{5}$ ☐ $\frac{2}{7}$ ☐ $\frac{13}{24}$ ☐ $\frac{2}{3}$

Quesito n. 3 Data una funzione $f: [0, 1] \cup [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ sia $g(x): [2, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ la f ristretta all'intervallo $[2, 3]$ ($g(x) = f|_{[2,3]}$). Si consideri: (1) se f è continua allora esiste (finito o infinito) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ (2) se f è continua ed invertibile allora $g(x)$ è monotona (3) se f è strettamente monotona è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa

Quesito n. 4 Sia data una funzione $f: [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$ continua e strettamente crescente. Sia data inoltre la funzione $g: (1, 2) \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $g(x) = f(x)$ per ogni $x \in (1, 2)$. Sia $G = \{y = g(x): x \in (1, 2)\}$ l'insieme dei valori assunti da $g(x)$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ G può essere illimitato ☐ G ammette estremo superiore ma non inferiore ☐ G ammette massimo ☐ G ammette estremo superiore e inferiore ☐ G ammette minimo ☐ G ammette estremo inferiore ma non superiore

Quesito n. 5 Sia data la funzione $f(x) = (x^x)^{3x}$. Allora $\frac{f'(x)}{3xf(x)}$ è uguale a:

☐ $3 \ln(2x) + 1$ ☐ $2 \ln x + 1$ ☐ $2 \ln(2x) + 1$ ☐ $4 \ln x + 1$ ☐ $3 \ln x + 1$ ☐ $2 \ln(3x) + 1$

Quesito n. 6 La funzione $f(x) = \begin{cases} -x^2 e^{-x^2} & x \leq 0 \\ \left| \frac{1}{x} + 8x - 6 \right| & x > 0 \end{cases}$ ha

☐ non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ esattamente tre tre punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ almeno cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ non più di tre punti di estremo, nessun asintoto verticale, un asintoto orizzontale, nessun asintoto obliquo ☐ non più di quattro punti di estremo, un asintoto verticale, nessun asintoto orizzontale ed uno obliquo ☐ non più di cinque punti di estremo, un asintoto verticale, un asintoto orizzontale e nessun asintoto obliquo

Quesito n. 7 Si considerino le seguenti tre affermazioni e si dica quale delle A-G è vera. (1) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ derivabile tale che $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = +\infty$. Allora $\lim_{x \rightarrow b^-} f'(x) = +\infty$. (2) È data una funzione $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$. Allora non è detto che sia definitivamente positiva oppure negativa (3) È data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ tale che $|f'(x)|$ è illimitata. Allora $f(x)$ è illimitata.

☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 8 La funzione $\sqrt{|\sin x(1 - \sin x)|}$ ha

☐ in 0 un punto angoloso e in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso ☐ in 0 un punto angoloso e in $\frac{\pi}{2}$ un punto in cui è derivabile ☐ in 0 una cuspid e in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e ☐ in 0 una cuspid e in $\frac{\pi}{2}$ un punto angoloso ☐ in 0 un punto in cui la funzione è derivabile e in $\frac{\pi}{2}$ una cuspid e ☐ in $\frac{\pi}{2}$ un punto in cui la funzione è derivabile

Quesito n. 9 Sia $f(x) = \arctan \frac{2x-1}{x+1}$. Allora $f'(x)$ è uguale a:

☐ $-\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ $\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$ ☐ $-\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ $\frac{3}{2x^2 - 2x + 5}$ ☐ $\frac{1}{5x^2 + 6x + 2}$ ☐ $-\frac{3}{5x^2 - 2x + 2}$

Quesito n. 10 Sia $f(x) = \ln(1+x) - \sin x + \alpha x^2 + \beta x^3$. Essa ha ordine di infinitesimo massimo per $x \rightarrow 0$ se e solo se

☐ $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -1$ ☐ $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$ ☐ $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 1$ ☐ $\alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}$ ☐ $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}$ ☐ $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -\frac{1}{2}$

Quesito n. 11 Il valore minimo di a per cui la funzione $f(x) = (2)^{-2x+1} - 3(\frac{1}{2})^x + x \ln 2$ è crescente se e solo se $x \in (a, +\infty)$ è

☐ $a = 2$ ☐ $a = -2$ ☐ $a = -1$ ☐ $a = 1$ ☐ $a = 3$ ☐ $a = 0$

Quesito n. 12 Data una funzione $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ si consideri: (1) se f è continua è allora esiste $x_0 \in [a, b]$ tale che $f(x_0) = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ (2) se f è invertibile è monotona (3) se f è derivabile è invertibile. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è falsa e (3) è falsa ☐ (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa

Quesito n. 13 Date le funzioni f, g e h definite da $f(x) = \ln(1+x^x)$, $g(x) = \ln(1+x^2)$ e $h(x) = \sqrt{\ln(1+e^{x^3})}$. Allora per $x \rightarrow +\infty$ si ha:

☐ $h(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(f(x))$ ☐ $g(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(h(x))$ ☐ $g(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(f(x))$ ☐ $h(x) = o(f(x))$ e $f(x) = o(g(x))$ ☐ $f(x) = o(h(x))$ e $h(x) = o(g(x))$ ☐ $f(x) = o(g(x))$ e $g(x) = o(h(x))$

Quesito n. 14 Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} \ln(1+x) - \sin x}{\sin^2 x + \ln^2(1+x)}$ è uguale a:

☐ A non esiste ☐ B $\frac{1}{2}$ ☐ C 2 ☐ D $\frac{3}{4}$ ☐ E $-\frac{2}{3}$ ☐ F $+\infty$

Quesito n. 15 (1) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che in $x_o \in [0, 1]$ la funzione ha un minimo. Allora $f'(x_o) = 0$
 (2) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione tale che in $x_o \in [0, 1]$ ha un minimo. Allora f è derivabile in x_o . (3) sia $f: [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x . Ne segue che $f(x)$ è invertibile (In tutti e tre i casi con f si intende una qualsiasi funzione avente le caratteristiche date). Allora

☐ A (1) è falsa, (2) è vera e (3) è falsa ☐ B (1) è vera, (2) è vera e (3) è vera ☐ C (1) è falsa, (2) è vera e (3) è vera ☐ D (1) è vera, (2) è vera e (3) è falsa ☐ E (1) è vera, (2) è falsa e (3) è vera ☐ F (1) è falsa, (2) è falsa e (3) è vera

Quesito n. 16 Sia $f(x) = \ln(3 + 5 \sin x + 4 \cos x)$. Allora $f'(0)$ è eguale a

☐ A $\frac{5}{4}$ ☐ B 1 ☐ C $\frac{5}{9}$ ☐ D $\frac{5}{6}$ ☐ E $\frac{5}{3}$ ☐ F $\frac{5}{7}$

Compito n.30 Cognome: Nome:

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16
☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A	☐ A
☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B	☐ B
☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C	☐ C
☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D	☐ D
☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E	☐ E
☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F	☐ F

non scrivere sotto questa linea

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totale: